

Indice

1	Orbita di un satellite	4
1.1	Equazioni del moto	4
1.2	Leggi di Keplero	7
1.3	L'equazione di Keplero	8
1.4	Elementi orbitali	10
2	AtmoCube	12
2.1	Cubesat	12
2.2	AtmoCube a TS	12
2.3	Motivazioni scientifiche	14
2.4	L'orbita di AtmoCube	16
2.5	Stato del progetto	16
3	Perturbazioni Orbitali	18
3.1	L'atmosfera terrestre	19
3.2	Attrito atmosferico	19
3.3	Triassialità della Terra	21
3.4	SGP4	22
3.5	STK	23
4	Analisi	25
4.1	Test di funzionalità	25
4.2	Separazione degli effetti perturbativi	26
4.3	Effetto del campo gravitazionale	29
4.4	Effetto dell'attrito atmosferico	35
5	Conclusioni	39

Introduzione

AtmoCube è un satellite concepito come un sistema innovativo per lo studio dell'atmosfera terrestre ad un'altezza dell'ordine di 500 km. L'obbiettivo è costruire una mappa precisa del campo magnetico terrestre e del flusso di radiazione incidente proveniente dallo spazio esterno. La strumentazione prevede un magnetometro un dosimetro e un GPS. Il GPS fornendo continuamente la posizione del satellite, permette di correlare le misurazioni date dagli altri strumenti a terra o nello spazio. Inoltre è possibile effettuare una stima indiretta della densità atmosferica misurando le perturbazioni ai parametri orbitali indotte dall'attrito con l'atmosfera residua. Resta ancora da analizzare la reale possibilità di valutare la densità atmosferica tramite le misure ottenute con il GPS ed eventualmente la precisione raggiungibile con questo metodo.

Il problema maggiore è separare l'effetto di *drag*, ossia dell'attrito atmosferico, dalle perturbazioni legate alle variazioni del campo gravitazionale terrestre. Questo effetto è quello che si vuole analizzare con questo studio.

Nel primo capitolo vedremo come la descrizione della traiettoria di un satellite nello spazio si ottiene da un'analisi delle equazioni che ne descrivono il moto. Utilizzando le leggi di Newton e la legge di gravitazione universale ricaveremo le equazioni del moto, le caratteristiche e le proprietà dell'orbita di un satellite ed i parametri necessari a descriverla.

Nel secondo capitolo daremo una breve introduzione del progetto AtmoCube e delle motivazioni scientifiche che ne stanno alla base.

Nel terzo capitolo sono descritte le perturbazioni orbitali, oggetto dell'analisi di questa tesi. L'orbita ottenuta supponendo che l'unica forza agente sia l'attrazione gravitazionale tra i due corpi rappresenta un'orbita ideale. Oltre alla forza di gravità esistono altre forze agenti sul satellite che inducono piccole variazioni agli elementi orbitali nel tempo dette perturbazioni. In particolare si è studiato l'effetto dell'attrito atmosferico (*drag*) e dalla non

sfericità della Terra (*triassialità*) che sono le due forze perturbative prevalenti per un satellite in orbita bassa.

Infine nel quarto capitolo è descritta l'analisi effettuata. Lo scopo è quello di analizzare separatamente gli effetti perturbativi indotti dall'atmosfera e dal campo gravitazionale per porre in evidenza e calcolare nel modo più preciso possibile l'effetto dell'attrito atmosferico nella variazione dell'orbita, con un'attenzione particolare al caso dell'orbita prevista per AtmoCube e delle caratteristiche geometriche e fisiche del satellite.

Capitolo 1

Orbita di un satellite

La descrizione della traiettoria di un satellite nello spazio si ottiene da un'analisi delle equazioni che ne descrivono il moto.

Utilizzando le leggi di Newton e la legge di gravitazione universale ricaveremo le equazioni del moto, le caratteristiche e le proprietà dell'orbita di un satellite ed i parametri necessari a descriverla.

1.1 Equazioni del moto

Fissato un opportuno sistema di riferimento inerziale, siano m_1 e m_2 le masse ed \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 le posizioni rispettivamente del pianeta e del satellite. Per semplicità consideriamo solo il sistema isolato costituito da i due oggetti come in figura 1.1.

La posizione relativa dei due corpi è data da

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

Dalla legge di gravitazione di Newton, si ha che entrambi risentono dell'azione di una forza attrattiva che in modulo vale

$$F = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

dove G è la costante di gravitazione.

Dalla seconda legge di Newton si ha che l'accelerazione del pianeta è proporzionale alla forza applicata su di esso, uguale in modulo ma opposta in direzione rispetto a quella applicata sul satellite:

$$\mathbf{F}_1 = m_1\ddot{\mathbf{r}}_1 = -\mathbf{F}_2 = -m_2\ddot{\mathbf{r}}_2$$

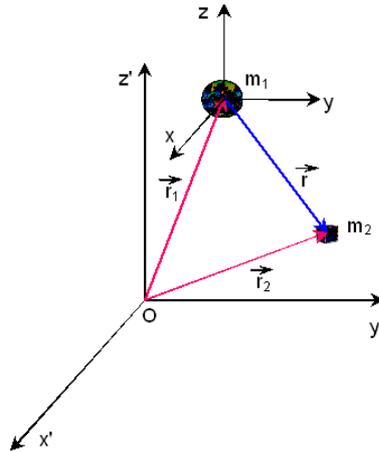


Figura 1.1: Sistema di riferimento

da cui l'equazione del moto per il pianeta:

$$\ddot{\mathbf{r}}_1 = -G \frac{m_2}{r^3} \mathbf{r}$$

analogamente l'equazione del moto per il satellite:

$$\ddot{\mathbf{r}}_2 = +G \frac{m_1}{r^3} \mathbf{r}$$

Da queste possiamo ricavare l'accelerazione relativa:

$$\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{\mathbf{r}}_2 - \ddot{\mathbf{r}}_1) = \frac{Gm_2}{r^3} \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right) \mathbf{r}$$

Nell'equazione precedente, se consideriamo $m_1 \gg m_2$, e trascuriamo l'ultimo termine, otteniamo l'equazione del moto per il satellite relativamente al pianeta:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = 0$$

dove $\mu = GM_{\oplus} = 398600.5 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$ è la costante gravitazionale della Terra.

Il moto è di tipo centrale, possiamo quindi passare in coordinate polari e scomporre l'accelerazione $\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}}$ nelle componenti radiale e tangenziale.

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_\theta$$

Poichè il moto è centrale, $a_\theta = 0$ e l'accelerazione è solo radiale:

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{\mu}{r^2}$$

Ne consegue che \mathbf{v}_θ è costante ed il momento angolare (specifico) è costante

$$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}_\theta = r^2 \frac{d\theta}{dt} \hat{\mathbf{h}} = \text{cost}$$

Sostituendo $r = \frac{1}{u}$ l'equazione diventa:

$$h^2 u^2 \frac{d^2 u}{d\theta^2} - h^2 u^3 = -\mu u^2$$

ossia

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u(\theta) = \frac{\mu}{h^2}$$

L'equazione differenziale così ottenuta è risolvibile analiticamente. La soluzione è una conica

$$u(\theta) = \frac{\mu}{h^2} (1 + e \cos \theta)$$

che riespressa nella variabile r diventa

$$r(\theta) = \frac{\frac{h^2}{\mu}}{1 + e \cos \theta} = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

in cui e rappresenta l'eccentricità e $p = (1 - e^2)a$ il *semilatus rectus* (vedi fig. 1.2).

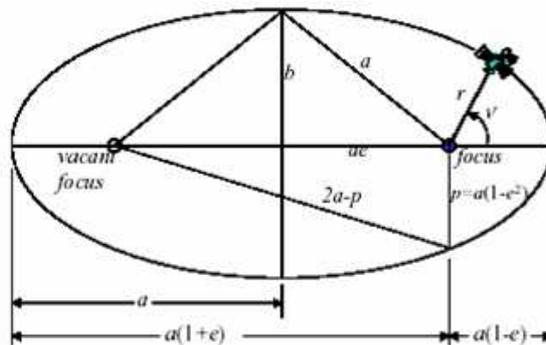


Figura 1.2: Parametri per descrivere l'ellisse

A seconda del valore assunto da e , la conica che rappresenta l'orbita sarà una circonferenza ($e=0$), un'ellisse ($e<1$), un'iperbole ($e>1$) o una parabola ($e=1$) come mostrato in figura 1.3.

Sempre in coordinate polari si possono esprimere le due componenti della velocità come

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \frac{\mu}{h} e \sin \theta$$

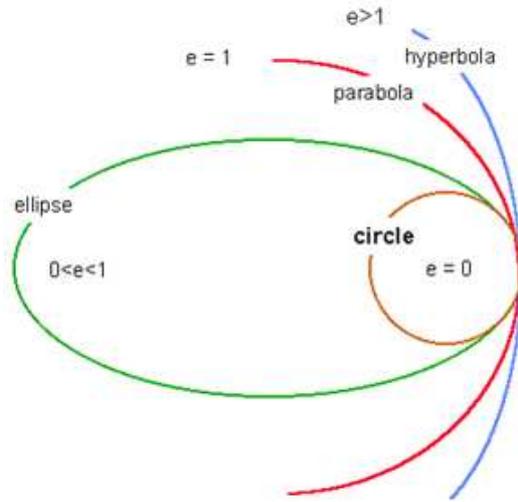


Figura 1.3: Coniche generiche al variare del parametro e

$$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = r \frac{h}{r^2} = \frac{\mu}{h} (1 + e \cos \theta)$$

e poichè

$$v^2 = v_r^2 + v_\theta^2$$

si può ricavare che l'energia totale

$$E_{TOT} = E_k + E_p = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} = \text{cost}$$

Quindi per l'orbita ideale sia il momento angolare che l'energia sono costanti.

1.2 Leggi di Keplero

Risolvendo l'equazione del moto abbiamo ottenuto che l'orbita dell'oggetto di massa minore attorno al corpo di massa maggiore, che in prima approssimazione è fermo nel sistema inerziale, è una conica. Ritroviamo quindi la prima legge di Keplero.

Se consideriamo l'ellisse nel piano orbitale (fig. 1.4), l'elemento di superficie dS è dato da

$$dS = \frac{1}{2} r r d\theta = \frac{r^2}{2} d\theta$$

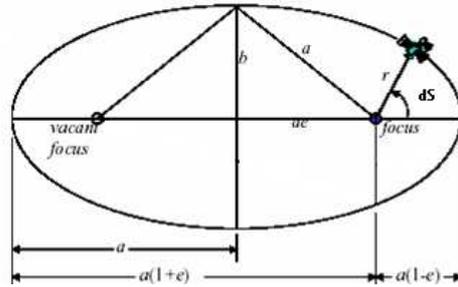


Figura 1.4: Ellisse generica

allora la velocità con cui viene percorsa l'intera superficie S è:

$$v_S = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{p\mu}}{2} = \text{cost}$$

quindi si ritrova anche la seconda legge di Keplero.

Conoscendo la velocità areolare v_S , se l'area totale $S = ab\pi = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$, si ottiene che il periodo è:

$$\tau = \frac{S}{v_S} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{\mu a (1 - e^2)}} = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}$$

ossia

$$\tau^2 = \frac{(2\pi)^2}{\mu} a^3$$

che è la terza legge di Keplero.

1.3 L'equazione di Keplero

Consideriamo la circonferenza che circoscrive l'ellisse dell'orbita come in figura 1.5. Sia S un punto sull'ellisse al tempo t e P la sua proiezione sulla circonferenza.

L'area A_{STV} coperta al tempo t è data da

$$A_{STV} = A_{ASV} - A_{AST} = \frac{b}{a} A_{QPV} - A_{AST}$$

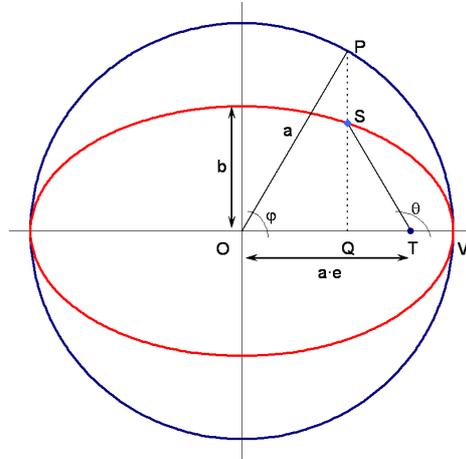


Figura 1.5: Ellisse inscritta in una circonferenza di raggio a

cioè

$$\begin{aligned} A_{STV} &= \frac{b}{a} \left(\frac{a^2 \varphi}{2} - \frac{a^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \right) - \frac{a^2}{2} (\sqrt{1-e^2}) (e - \cos \varphi) \sin \varphi \\ &= \frac{a^2 \sqrt{1-e^2}}{2} (\varphi - e \sin \varphi) \end{aligned}$$

ma sappiamo che la velocità aerolare è costante, allora possiamo esprimere l'area A_{STV} come la velocità v_S per il tempo $(t - t_P)$, dove t_P è il tempo al passaggio sul punto V. Allora

$$A_{STV} = v_S (t - t_P) = \frac{\sqrt{\mu p}}{2} (t - t_P) = \frac{a^2 \sqrt{1-e^2}}{2} (\varphi - e \sin \varphi)$$

da cui si ottiene

$$(\varphi - e \sin \varphi) = \frac{\sqrt{\mu a (1-e^2)}}{a^2 \sqrt{1-e^2}} (t - t_P) = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} (t - t_P)$$

che è l'equazione trascendente di Keplero.

Si definisce la quantità $M = (t - t_P) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$ *anomalia media* e corrisponde all'angolo medio percorso dal satellite nel tempo $(t - t_P)$. φ è l'*anomalia eccentrica* e l'angolo polare θ è detto *anomalia vera*.

1.4 Elementi orbitali

L'equazione del moto per il sistema a due corpi è un'equazione differenziale vettoriale del secondo ordine. Per risolverla sono necessarie sei costanti di integrazione.

Da quanto visto, l'energia totale e il momento angolare sono quantità che si conservano nel moto. Per questo l'orbita, che nel caso generale è un'ellisse, rimane costante nel tempo. Quindi per studiare la posizione del satellite al variare del tempo risulta più semplice descrivere la geometria dell'orbita ed assegnare la posizione del satellite su di essa, piuttosto che fissare le componenti del vettore posizione e velocità all'istante iniziale.

Utilizzando cinque costanti si descrive il piano contenente l'orbita e la sua forma: per definire l'ellisse sono necessari due parametri, per individuare il piano che la contiene ne servono altri tre.

Con un ulteriore parametro dipendente dal tempo si identifica la posizione del satellite sull'orbita.

Questi sei parametri sono detti *elementi orbitali classici*. (fig. 1.6)

Nel sistema di riferimento *geocentrico inerziale (GCI)*, dove l'origine è posta nel centro della terra, l'asse z è parallelo all'asse di rotazione terrestre (Nord celeste) e l'asse x è diretto verso il punto Υ , gli elementi orbitali sono

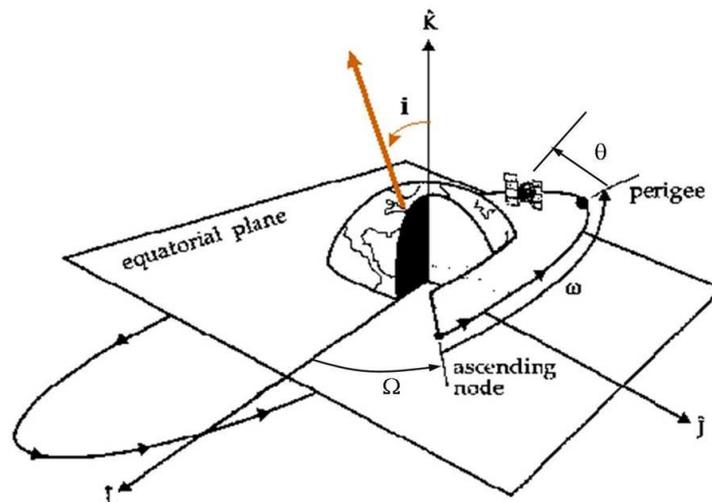


Figura 1.6: Definizione degli elementi orbitali

- **Semiassa maggiore** a , descrive la dimensione dell'ellisse;
- **Eccentricità** e , descrive la forma dell'ellisse (o analogamente l'asse minore $b = a\sqrt{1 - e^2}$ e il *semilatus rectus* $p = a(1 - e^2)$);

-
- **Inclinazione** i , è l'angolo tra il vettore del momento angolare \mathbf{h} , ortogonale al piano orbitale, e l'asse z ;
 - **Ascensione retta del nodo ascendente** Ω , è l'angolo tra il punto Υ (asse x) e il nodo ascendente, misurato in senso antiorario. Si definisce *nodo ascendente* la semiretta data dall'intersezione del piano orbitale con il piano equatoriale quando il satellite si muove in direzione sud-nord;
 - **Argomento del perigeo** ω , è l'angolo tra il nodo ascendente ed il perigeo, misurato il senso antiorario;
 - **Anomalia vera** $\theta(t)$, è l'angolo tra il perigeo e la posizione del satellite sull'orbita. E' il parametro dipendente dal tempo.

Capitolo 2

AtmoCube

AtmoCube è un satellite concepito come un sistema innovativo per lo studio dell'atmosfera terrestre ad un'altezza dell'ordine di 500 km. L'obiettivo è costruire una mappa precisa del campo magnetico terrestre e del flusso di radiazione incidente proveniente dallo spazio esterno.

La strumentazione prevede un magnetometro un dosimetro e un GPS. Il GPS (*Global Positioning System*) fornendo in modo continuo la posizione del satellite, permette di correlare le misurazioni date degli altri strumenti a terra o nello spazio. Conoscendo in modo continuo la posizione, è inoltre possibile stimare indirettamente la densità atmosferica misurando le perturbazioni ai parametri orbitali indotte dall'attrito con l'atmosfera residua[1].

2.1 Cubesat

Il progetto CubeSat è nato nel 1999 da una collaborazione fra la California Polytechnic State University e la Stanford University con lo scopo di creare una nuova classe di picosatelliti con precise richieste per la loro progettazione ma con costi e tempi di realizzazione tali da rendere accessibile l'ambiente spaziale ad enti come scuole superiori e università, anche per scopi didattici oltre che scientifici.[2, 3, 4, 5, 6]

2.2 AtmoCube a TS

Il satellite AtmoCube rientra all'interno del progetto Cubesat. Per questo deve rispettare gli standard imposti dal progetto[7]. In realtà per una maggior agilità del sistema, in accordo con un progetto analogo a Torino, AtmoCube risulta più grande e pesante rispetto ai Cubesat. Si presenta come un cubo di

alluminio di lato 13 cm e massa di 1.5 kg. Il disegno meccanico preliminare è mostrato in figura 2.1

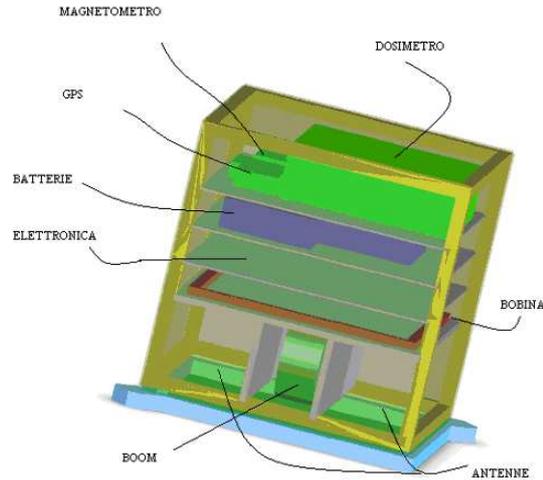


Figura 2.1: Componenti di AtmoCube

La potenza necessaria è fornita da pannelli solari disposti su cinque facce del satellite mentre l'antenna e l'equipaggiamento per il funzionamento della strumentazione sono disposti tutti sulla restante faccia.

I dati di interesse scientifico sono forniti da un dosimetro e da un magnetometro, mentre la misura continua della posizione data dal GPS consente di costruire una mappa delle grandezze fisiche osservate. Per garantire una buona copertura dell'atmosfera terrestre anche ad alte latitudini, è stata scelta un'orbita circolare con un'inclinazione di 98 gradi circa. Il valore preciso dell'inclinazione dipende dal lanciatore che verrà utilizzato.

La vita media dello strumento è fortemente condizionata dall'attività solare, ma dovrebbe essere almeno di qualche anno, compatibilmente con la durata della strumentazione di bordo.

Si prevede che la strumentazione a bordo sarà in grado di effettuare misure lungo tutto il tempo di vita del satellite in modo da avere una copertura globale dell'atmosfera terrestre, anche in funzione dell'altezza man mano l'orbita decade a causa dell'interazione con l'atmosfera residua.

Per quanto riguarda l'assetto, è previsto che il satellite sia sempre orientato con la faccia contenente l'antenna rivolta sempre verso il suolo e un'altra sempre diretta verso la direzione del moto.

L'orientamento rispetto al suolo si ottiene in modo passivo sfruttando il gradiente di gravità mentre l'orientamento rispetto alla direzione del moto è dato da un sistema attivo costituito da due avvolgimenti magnetici regolati

dalla lettura data dal magnetometro che servirà quindi anche come sensore di assetto. Questo sistema è ancora in fase di studio.

AtmoCube è realizzato con componenti elettroniche commerciali ed è dotato di un processore in grado di controllare le comunicazioni nelle bande radio amatoriali a circa 144 e 430 MHz.

2.3 Motivazioni scientifiche

Lo scopo di AtmoCube è effettuare misurazioni scientifiche di fenomeni legati allo *Space Weather*, ossia alle condizioni del Sole, vento solare, magnetosfera, ionosfera e termosfera, che possono influenzare le prestazioni e l'affidabilità dei sistemi tecnologici nello spazio e mettere in pericolo la salute umana e la vita a terra[8].

L'attività solare ha variazioni cicliche con un periodo di 11 anni in cui passa da un minimo di attività ad un massimo a cui corrisponde un vento solare ricco di particelle molto energetiche. In figura 2.2 è riportata la variazione del numero di macchie solari in funzione dell'anno, uno degli indici più significativi dell'attività solare.

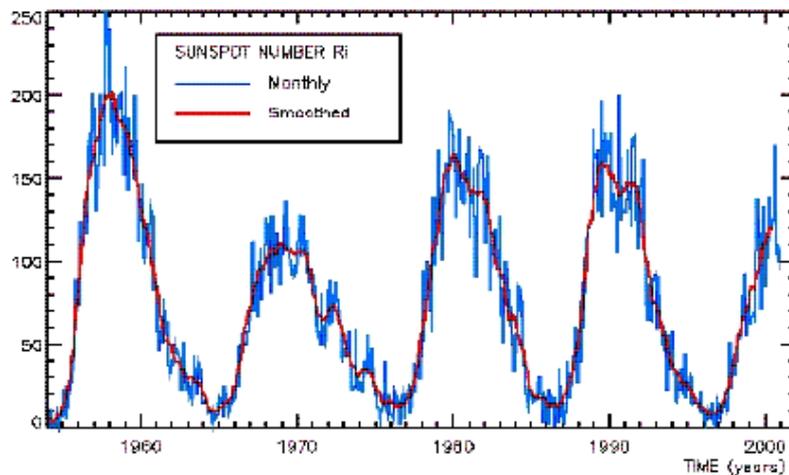


Figura 2.2: Ciclo solare: numero di macchie solari per anno

Gli effetti dello *space weather* si possono suddividere in tre categorie:

- effetti sui satelliti
- effetti sul clima
- effetti sull'uomo

Effetti dell'ambiente spaziale sui satelliti

Gli effetti dello *space weather* su un satellite variano con il tipo di orbita, con la posizione del satellite e con l'attività solare.

L'ultima generazione di satelliti, che adotta criteri di dimensioni e peso ridotti, è particolarmente vulnerabile alle condizioni dell'ambiente spaziale.

I principali effetti su un satellite sono

- **spacecraft drag:** le particelle dell'atmosfera inducono una forza di frenamento che causa una diminuzione dell'altezza dell'orbita. L'azione di questa forza è strettamente legata all'attività del Sole. In particolare i satelliti in orbita bassa (LEO) subiscono un incremento dell'attrito legato alla radiazione solare UV e all'aumento della densità dell'atmosfera dovuto ad un aumento della temperatura che avvengono durante le tempeste geomagnetiche. Questa tesi è dedicata proprio allo studio di questo effetto.
- **interferenza delle frequenze radio e scintillazione:** le tempeste ionosferiche (80-1000 km di altezza) causate dal vento solare influenzano le comunicazioni radio: alcune frequenze sono assorbite, altre riflesse
- **single event upset (SEU):** particelle ad alta energia ($>50\text{MeV}$) che penetrano gli strati superficiali del satellite e colpiscono dispositivi elettrici danneggiandoli
- **total dose effect:** degradazione del satellite a causa del bombardamento di raggi cosmici, radiazione e protoni solari
- **orientamento del satellite:** variazioni del campo magnetico durante le tempeste geomagnetiche influiscono sull'orientamento del satellite che usa il campo magnetico terrestre per determinare l'assetto
- **effetto fotoelettrico:** i fotoni emessi dal sole variano la carica elettrica ed inducono reazioni chimiche sulla superficie del satellite e degradano le celle solari

Effetti dell'ambiente spaziale sul clima Durante le tempeste geomagnetiche il grande numero di particelle energetiche che entrano nell'atmosfera causa reazioni chimiche e modifica la concentrazione di ozono negli strati atmosferici influenzando la circolazione dell'aria. Anche i raggi cosmici contribuiscono a questo effetto. Quando l'attività solare diminuisce si è osservato un aumento in intensità dei raggi cosmici che entrano nell'atmosfera. Questo effetto favorisce la formazione di nubi a bassa quota.

Effetti dell'ambiente spaziale sull'uomo L'atmosfera terrestre e la magnetosfera proteggono la terra e gli strati inferiori dell'atmosfera dagli effetti indotti dello *space weather*, mentre gli astronauti sono soggetti a grandi dosi di radiazione dannose per l'organismo. La capacità di predire tali eventi sarebbe di notevole beneficio nella pianificazione di una missione. Inoltre, anche i cambiamenti nel campo geomagnetico possono influenzare i sistemi biologici.

2.4 L'orbita di AtmoCube

L'orbita di Atmocube sarà circolare mentre l'altezza e l'inclinazione dipenderanno dal lanciatore utilizzato. Un possibile lanciatore è il razzo Dnepr-1 Satan (SS-18 modificato) in grado di lanciare diversi nano e micro-satelliti in orbite basse, approssimativamente circolari.

Il lanciatore farà in modo di portare il satellite principale ad un'orbita *Sun-sincrona* a 700 km di altezza corrispondente ad un'inclinazione di 98.2 gradi. AtmoCube sarà rilasciato in orbita in una fase precedente al posizionamento del satellite principale, per questo si considera che l'orbita sarà *Sun-sincrona* ad un'altezza compresa tra 500 km e 650 km ed un'inclinazione di 98.2 gradi, come il satellite principale.

Il valore di riferimento per lo studio dell'orbita è fissato a 500 km.

In un'orbita *Sun-sincrona* il satellite passa sull'equatore allo stesso tempo solare ogni giorno. Ciò significa che un punto sulla Terra è visto approssimativamente alla stessa ora. L'inclinazione dell'orbita *Sun-sincrona* è strettamente legata all'altezza.

Per 700 km di altezza vale 98.2 gradi mentre per 500 km è di 97.4, di poco inferiore a quella per 700 km.

2.5 Stato del progetto

La fase di analisi del sistema (*Studio di fattibilità*) è quasi conclusa. Questo studio ha portato alla definizione della strumentazione scientifica di bordo in base ai requisiti scientifici, della struttura del satellite (il cui prototipo sarà costruito a breve), del sistema di alimentazione (celle solari e batterie), del sistema di comunicazione (antenna di ricezione e trasmissione a bordo ed a terra), del sistema di controllo di assetto (boom gravitazionale e bobine) e del processore di bordo[9].

Resta ancora da analizzare la reale possibilità di valutare la densità atmosferica tramite le misure ottenute con il GPS ed eventualmente la precisione

raggiungibile con questo metodo.

Le problematiche maggiori per la valutazione della densità sono tre:

- limitata precisione (intrinseca) del GPS
- limitata capacità di simulare il comportamento del satellite in volo
- difficoltà di separazione dell'effetto di *drag* dalle perturbazioni legate alle variazioni del campo gravitazionale terrestre

Quest'ultimo punto è quello che si vuole analizzare con questo studio.

Capitolo 3

Perturbazioni Orbitali

L'orbita ottenuta supponendo che l'unica forza agente sia l'attrazione gravitazionale tra i due corpi è detta kepleriana e rappresenta un'orbita ideale. Oltre alla forza di gravità esistono altre forze agenti sul satellite che inducono piccole variazioni agli elementi orbitali nel tempo dette perturbazioni.

Possiamo classificare le perturbazioni in base agli effetti che hanno sull'orbita: se sono progressive nel tempo sono dette *secolari*, se sono cicliche sono dette *periodiche*. La lunghezza del periodo della perturbazione è riferita al periodo orbitale del satellite.

Predirre la traiettoria seguita da un satellite perturbato risulta molto complesso perchè per molte forze perturbative non è possibile trovare un'espressione analitica. Per studiare gli effetti che queste forze hanno sugli elementi orbitali si è costretti ad approssimarle o ad espanderle in serie.

Il calcolo delle variazioni dell'orbita viene eseguito con *software* detti propagatori i quali, partendo dalle condizioni iniziali, danno la posizione del satellite agli istanti successivi tenendo conto anche dell'azione di alcune forze perturbative. Esistono due diversi metodi per calcolare la traiettoria modificata:

- metodo delle *perturbazioni speciali*, che consiste nell'integrare direttamente le equazioni del moto conoscendo le accelerazioni indotte dalle forze perturbative, ricavando prima le velocità e poi con una integrazione successiva le posizioni;
- metodo delle *perturbazioni generali*, che consiste nel calcolare ad ogni istante gli elementi orbitali e successivamente, conoscendo l'evoluzione di questi nel tempo, ricostruire la traiettoria

Per questa analisi si è utilizzato il metodo delle perturbazioni generali. Pur essendo matematicamente più complicato descrivere le variazioni degli elementi orbitali a causa delle forze agenti sul satellite, questo tipo di approccio

ha il vantaggio di permettere una maggiore comprensione di come le perturbazioni influiscono sulla geometria dell'orbita.

In particolare si è studiato l'effetto dato dall'attrito atmosferico (*drag*) e dalla non sfericità della Terra (*triassialità*) che sono le due forze perturbative prevalenti per un satellite in orbita bassa.

3.1 L'atmosfera terrestre

La terra è circondata da uno strato di gas che si estende fino a fondersi con il mezzo interplanetario, pur rimanendone legato dalla forza di gravità. In prima approssimazione si può descrivere l'atmosfera come la regione che va dal livello del mare fino a circa 1000 km di altezza. La composizione chimica e la densità atmosferiche cambiano gradualmente man mano che l'altezza sulla superficie terrestre aumenta: questo permette di suddividerla in

- Troposfera fino a circa 10 km;
- Stratosfera da circa 10 a circa 25 km
- Mesosfera da circa 25 a circa 80 km
- Termosfera sopra gli 80 km.

Sopra gli 80 km si rompe l'equilibrio idrostatico e diffusione e trasporto verticale prevalgono. Nell'alta atmosfera le specie chimiche prevalenti sono N_2 , O , O_2 , H , He .

I primi modelli atmosferici globali sono stati sviluppati da L.G.Jacchia nel 1960 ed erano basati su considerazioni teoriche e dati relativi al decadimento dell'orbita dei satelliti a causa dell'attrito atmosferico.

Attualmente i modelli di densità atmosferica (MSIS[10] e DTM[11]) ad altezza maggiori di 300 km soffrono della mancanza di misure dirette e continue, nello spazio e nel tempo. I risultati sono spesso basati su interpolazioni e la precisione che forniscono è dell'ordine del 10-20%

Nuove misure della densità atmosferica, effettuate in modo continuo ricoprendo tutta l'atmosfera terrestre, dovrebbero portare ad un miglioramento sostanziale di questi modelli ed una miglior comprensione del comportamento dell'alta atmosfera.

3.2 Attrito atmosferico

L'attrito atmosferico è la maggiore forza non gravitazionale che agisce su un satellite in orbita bassa. Poiché le accelerazioni si ricavano direttamente dalle

forze agenti, un'analisi del problema dal punto di vista delle accelerazioni indotte risulta più semplice.

Consideriamo nuovamente l'equazione del moto del satellite ed introduciamo una forza \mathbf{f} che rappresenta la perturbazione.

$$\frac{d^2 r}{dt^2} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = \mathbf{f}$$

Sappiamo che l'energia totale si può scrivere come

$$E_{TOT} = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

L'effetto dell'azione della forza \mathbf{f} è una variazione dell'energia totale del sistema che, come appena visto, è una quantità che nell'orbita ideale si conserva. Consideriamo la variazione dell'energia nel tempo:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\dot{r}^2}{2} + \frac{\mu}{r} \right] = \frac{d}{dt} \left[-\frac{\mu}{2a} \right]$$

ossia:

$$\left(\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \right) \cdot \dot{\mathbf{r}} = \frac{\mu}{2a^2} \frac{da}{dt}$$

quindi sostituendo \mathbf{f} si ha:

$$\mathbf{f} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \frac{\mu}{2a^2} \frac{da}{dt}$$

Ora si può scomporre la forza agente \mathbf{f} e la velocità nelle tre componenti radiale (r), tangenziale (θ) e ortogonale al piano orbitale (n). Risulta che:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} (f_r e \sin \theta + f_\theta (1 - e \cos \theta))$$

Considerando orbite quasi circolari, si possono ricavare delle equazioni relativamente più semplici per le perturbazioni agli elementi orbitali. Poichè l'azione dell'attrito è in direzione opposta alla velocità, l'unica componente è quella tangenziale:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} (f_\theta (1 - e \cos \theta))$$

La forza di attrito specifica vale:

$$\frac{F}{m} = f_a = a_D = -\frac{1}{2} \rho \left(\frac{C_D A}{m} \right) v^2$$

da cui si può scrivere:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} \left[\frac{1}{2} \rho \left(C_D \frac{A}{m} \right) v^2 (1 + e \cos \theta) \right]$$

che integrato su un periodo intero dà:

$$\Delta a_{rev} = -2\pi \left(C_D \frac{A}{m} \right) \rho a^2$$

Analogamente si ricava che

$$\Delta P_{rev} = -6\pi^2 \left(C_D \frac{A}{m} \right) \rho \frac{a^2}{v}$$

$$\Delta v_{rev} = \pi \left(C_D \frac{A}{m} \right) a \rho v$$

$$\Delta e_{rev} = 0$$

Più in generale si può ottenere che

$$\Delta a_{rev} = -2\pi \left(C_D \frac{A}{m} \right) a^2 \rho_P \exp(-c) [I_0 - 2eI_1]$$

$$\Delta e_{rev} = -2\pi \left(C_D \frac{A}{m} \right) a^2 \rho_P \exp(-c) \left[I_1 + e \frac{I_0 + I_2}{2} \right]$$

dove ρ_P è la densità dell'atmosfera al perigeo, $c = \frac{ae}{H}$ dove H è l'altezza di scala e I_i sono le Funzioni di Bessel Modificate di ordine i ed argomento c . Quindi l'effetto dell'accelerazione indotta dall'attrito atmosferico è una modifica del semiasse maggiore a e dell'eccentricità e dell'orbita.

3.3 Triassialità della Terra

Sviluppando le equazioni del moto si è assunto che le due masse abbiano simmetria sferica e densità uniforme.

In realtà la Terra non è una sfera ma un geoide: la rotazione sul proprio asse causa un rigonfiamento all'equatore e uno schiacciamento ai poli. Inoltre il centro di massa è spostato a sud rispetto l'equatore. Tuttavia per un satellite in orbita bassa questa considerazione non è ancora sufficiente: bisogna anche considerare che monti e valli portano ad una variazione dalla forma di geoide tuttaltro che trascurabile.

Inoltre la densità non è uniforme su tutta la superficie terrestre così come la distribuzione di massa.

L'effetto di tutti questi elementi è quello di far risentire al satellite un campo gravitazionale non uniforme in ogni punto, ma dipendente dalla zona sopra cui passa.

Per tenere conto di queste irregolarità si utilizzano dei *modelli gravitazionali*. Un modello gravitazionale consiste in una matrice di coefficienti di un'espansione in armoniche sferiche del campo gravitazionale, che cerca di approssimare al meglio gli effetti delle irregolarità della forma della Terra. Un'espressione molto usata per descrivere il potenziale gravitazionale è:

$$\Phi = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n P_n(\sin L) \right]$$

dove μ è la costante gravitazionale della Terra, R_E è il raggio equatoriale, L è la latitudine, P_n sono polinomi di Legendre e J_n sono i *coefficienti zonali* di cui i primi tre sono:

$$J_2 = 0.00108263$$

$$J_3 = -0.00000254$$

$$J_4 = -0.00000161$$

Scritta in questa forma, la funzione geopotenziale ha una dipendenza dalla latitudine.

Il potenziale generato dalla triassialità della Terra causa delle variazioni periodiche a tutti gli elementi orbitali ma gli effetti prevalenti sono le perturbazioni secolari che si hanno sull'ascensione retta del nodo ascendente e sull'argomento del perigeo. Queste sono essenzialmente dominate dal primo termine dell'espansione (J_2):

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -1.5nJ_2 \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (\cos i)(1 - e^2)^{-2}$$

$$\dot{\omega}_{J_2} = 0.75nJ_2 \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (4 - 5 \sin^2 i)(1 - e^2)^{-2}$$

dove n è la *mean motion*, ovvero la velocità angolare del satellite espressa in gradi al giorno.

3.4 SGP4

Per studiare le perturbazioni agenti su un satellite in orbita bassa, SGP4 (*Simplified General Perturbations*) è il modello più comunemente utilizzato.

Sviluppato da Ken Cranford nel 1970[12], deriva da una semplificazione della più estesa teoria di Lane e Cranford e tiene conto sia dell'attrito atmosferico che della triassialità della Terra.

Per l'attrito usa un modello di atmosfera statico, non rotazionale ed a simmetria sferica, con un andamento a legge di potenza per la densità. Per il modello gravitazionale usa la soluzione di Brouwer con un'espansione del potenziale al quarto ordine (J_2 , J_3 , J_4).

Per quanto riguarda le perturbazioni date dalla presenza della Luna e del Sole (trascurabili per orbite basse), gli effetti sono troncati al primo ordine.

3.5 STK

STK (*Satellite Tool Kit*,[13]) è un *software* disponibile gratuitamente nella versione base, che permette di visualizzare l'orbita di un satellite basandosi sui dati forniti in ingresso. La visualizzazione si può effettuare utilizzando diversi tipi di proiezione e sistemi di coordinate (ad esempio cilindriche e ortografiche). In figura 3.1 è riportato un esempio di visualizzazione che è possibile ottenere.

Inoltre il satellite può essere connesso a diverse stazioni a terra, al sole, ad altri pianeti o corpi definiti dall'utente fornendo informazioni e grafici indispensabili per lo studio di missione di un satellite. Il calcolo dell'orbita si può effettuare utilizzando diversi propagatori come J_2 , che tratta il problema considerando solo il primo termine dell'espansione del campo gravitazionale, J_4 che considera l'espansione fino al quarto ordine ed SGP4.(vedi paragrafo 3.4).

In particolare è stato utilizzato per confrontare i dati prodotti utilizzando il propagatore SGP4 con quelli del programma utilizzato per questo studio, oltre che per avere un riscontro visivo di quello che accade.

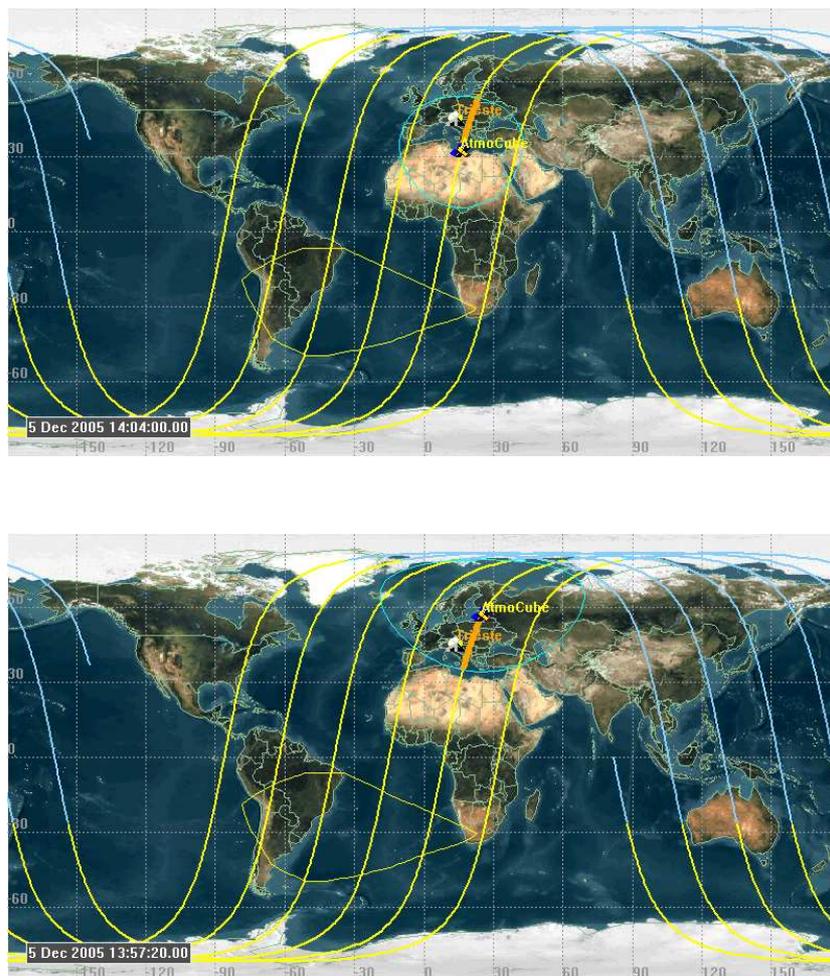


Figura 3.1: STK: esempio di visualizzazione dell'orbita di AtmoCube. Si può notare la stazione a terra Trieste e la relativa connessione con il satellite

Capitolo 4

Analisi

In questo studio si vogliono analizzare separatamente gli effetti perturbativi indotti dall'atmosfera e dal campo gravitazionale. Si è deciso di utilizzare la routine SGP4 estratta dall'articolo *Spacetrack Report No 3* ([12]) modificandola opportunamente. In particolare si sono introdotte funzioni per

- determinare l'istante di passaggio sopra ad un punto di riferimento definito, indipendentemente dal passo utilizzato e dal tipo di orbita;
- calcolare la densità atmosferica istantanea;
- calcolare la variazione di altezza e velocità istantanea;
- calcolare la variazione di altezza e altezza media su uno e mezzo periodo;
- confrontare le variazioni ottenute dal codice con quelle calcolate tramite la soluzione delle equazioni perturbate (paragrafo 3.2);
- valutare i dati forniti dal modello atmosferico e gravitazionale utilizzato nella routine ed il modo in cui sono calcolati, al variare delle condizioni iniziali.

Lo scopo è quello di porre in evidenza e calcolare nel modo più preciso possibile l'effetto dell'attrito atmosferico nella variazione dell'orbita, con un'attenzione particolare al caso dell'orbita prevista per AtmoCube e delle caratteristiche geometriche e fisiche del satellite (C_D e A).

4.1 Test di funzionalità

L'utilizzo della routine SGP4 non è immediato in quanto usualmente è inserita all'interno di codici più complessi che richiedono un numero elevato di

parametri in ingresso che per questo studio non sono necessari e talvolta non sono disponibili. Per questo motivo come primo passo dell'analisi, si è verificato il corretto funzionamento della routine estratta. Per questo test sono stati scelti dei valori *standard* per i parametri, che portano a risultati che sono tabulati([12]). Inoltre i dati ottenuti sono stati confrontati con quelli forniti da STK.

Passo	X_{TAB}	Y_{TAB}	Z_{TAB}	X_{SGP4}	Y_{SGP4}	Z_{SGP4}
0	2328.970	-5995.220	1719.970	2328.972	-5995.221	1719.969
360	2456.107	-6071.938	1222.897	2456.102	-6071.937	1222.913
720	2567.561	-6112.503	713.963	2567.552	-6112.504	713.996
1080	2663.090	-6115.482	196.396	2663.074	-6115.488	196.4572
1440	2742.551	-6079.671	-326.380	2742.535	-6079.682	-326.3157

Confronto tra le posizioni calcolate con la routine estratta e quelle tabulate nell'articolo *Spacatrack report No3*.

Passo	VX_{TAB}	VY_{TAB}	VZ_{TAB}	VX_{SGP4}	VY_{SGP4}	VZ_{SGP4}
0	2.91207	-0.98341	-7.09081	2.91207	-0.98341	-7.09081
360	2.67938	-0.44829	-7.22879	2.67939	-0.44830	-7.22878
720	2.44024	0.09810	-7.31995	2.44026	0.09807	-7.31995
1080	2.19611	0.65241	-7.36282	2.19614	0.65235	-7.36282
1440	1.94850	1.21106	-7.35619	1.94853	1.21099	-7.35619

Confronto tra velocità tabulate e calcolate.

4.2 Separazione degli effetti perturbativi

Al disotto dei 1000 km, gli atomi che costituiscono l'atmosfera non sono ionizzati.

Per un satellite a questa altezza, l'attrito è dovuto solo alle collisioni con questi atomi ed è chiamato *neutral drag*.

In generale si può esprimere l'accelerazione indotta dall'attrito come

$$a_D = -\frac{1}{2}\rho \left(C_D \frac{A}{m} \right) v^2$$

dove ρ è la densità atmosferica, A la sezione di impatto del satellite, m la massa, v la velocità (rispetto all'atmosfera) e C_D il coefficiente di *drag*.

Si definisce la quantità $\left(\frac{m}{C_D A} \right)$ coefficiente balistico.

La routine SGP4 utilizza la quantità

$$B^* = \frac{1}{2} \frac{C_D A}{m} \rho$$

come coefficiente di attrito atmosferico.

Poichè la densità dell'aria varia a causa del ciclo solare, di eventi geomagnetici, stagioni, notte e giorno, oltre alla presenza di piccole variazioni locali, il coefficiente di attrito non può essere considerato costante. Da questo la necessità di studiare gli effetti della variazione di ρ sui valori forniti dalla routine.

L'idea è quella di sostituire ρ con una funzione che abbia una dipendenza innanzitutto dall'altezza, ma anche dall'attività solare e che permetta di correggere il valore del coefficiente di attrito ad ogni istante per ottenere delle traiettorie che rappresentino una dinamica la più realistica possibile. Poichè tra un passo di calcolo e l'altro alla variazione dell'altezza corrisponde una variazione della densità non apprezzabile, si è deciso di modificare il coefficiente di attrito dopo ogni periodo, calcolandone la variazione come rapporto tra le densità alle altezze misurate ad ogni passaggio sopra un punto definito.

A causa della rotazione terrestre, il satellite dopo aver percorso un'orbita intera, non ripassa sullo stesso punto al suolo (vedi fig. 4.1). Vista la dipendenza dell'attrazione gravitazionale dalla zona di passaggio, è necessario trovare un sistema per minimizzare l'errore introdotto dal calcolare l'altezza in zone diverse.

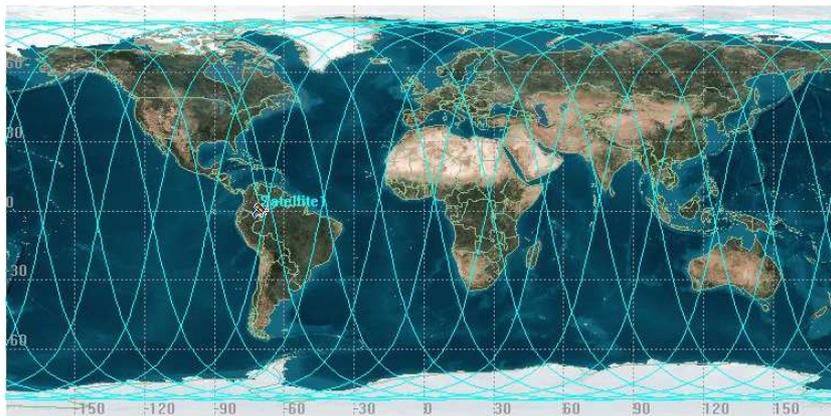


Figura 4.1: Traccia del satellite a terra

Per questo motivo, come istante in cui effettuare ogni cambio dei parametri necessari al calcolo, si è scelto il passaggio all'equatore dove, per

qualunque valore dell'inclinazione del satellite, in prima approssimazione si ha una situazione simmetrica in funzione della longitudine.

Per valutare la densità dell'atmosfera si è utilizzato un polinomio in scala logaritmica dato da un *fit* di dati relativi alla densità atmosferica in diverse condizioni di attività solare (fig. 4.2). I dati sono quelli riportati nelle tabelle di densità del libro *Space Missions Analysis And Design*[16].

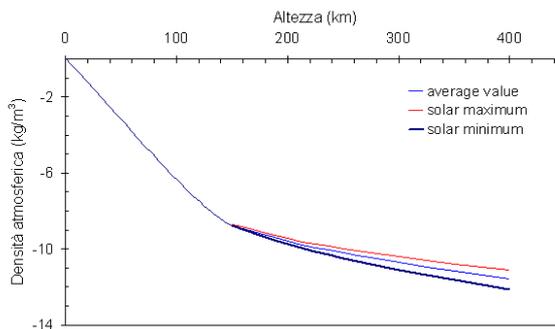


Figura 4.2: Andamento logaritmico della densità atmosferica in funzione dell'altezza

Per semplicità, della dipendenza dall'attività solare si è tenuto conto solo considerando tre diversi polinomi corrispondenti a fit di dati relativi alla densità atmosferica in condizioni di minima, media e massima attività solare. L'effetto della modifica della densità durante la simulazione è un salto nei valori delle quantità calcolate coincidente con l'istante di variazione.

Questo è dovuto al modo in cui la routine calcola l'evoluzione degli elementi orbitali: a partire dal valore calcolato all'istante iniziale, quindi con il valore B_0^* per il coefficiente d'attrito, addiziona ad ogni passo una quantità che dipende dall'ampiezza dell'intervallo tra $t_0 = 0$, istante iniziale, e $t' = t$ istante di calcolo.

La modifica della densità $\rho_0 \rightarrow \rho_1$ all'istante \bar{t} , fa sì che da \bar{t} in poi tutti i punti siano calcolati come correzione tra l'istante iniziale e il punto attuale t considerando che per tutto l'intervallo $[t_0, t]$ ha agito una nuova densità ρ_1 corrispondente ad un coefficiente di attrito B_1^* .

Il risultato di questo procedimento è un grafico composto dalla sovrapposizione di due diversi andamenti relativi a condizioni iniziali diverse.

Per poter modificare il valore di B^* da un preciso istante in poi, è necessario interrompere il calcolo, registrare tutte le grandezze finora ottenute e rico-

minciare la simulazione introducendo questi valori come condizioni iniziali. La difficoltà di questo procedimento è che molte delle grandezze necessarie a definire completamente lo stato in cui si trova il satellite sono ottenute tramite un procedimento di calcolo iterativo e quindi non sono perfettamente controllabili.

Proprio per questa difficoltà di scindere il coefficiente balistico dalla densità atmosferica, all'interno del parametro B^* , si è deciso di procedere fissando le caratteristiche dell'orbita e studiando gli effetti della diminuzione della densità fino al limite $\rho \rightarrow 0$, portando così a zero anche il valore di B^* . Questa procedura non è di semplice applicazione perchè il risultato non dipende solo dall'altezza a cui viene applicata, ma anche dall'inclinazione dell'orbita. Inoltre il campo gravitazionale terrestre è asimmetrico tra emisfero Nord e Sud (vedi fig. 4.3) e questo influenza in modo apprezzabile le variazioni dell'altezza dell'orbita tra i due emisferi. Per questo motivo l'analisi è stata applicata separatamente nei due emisferi.

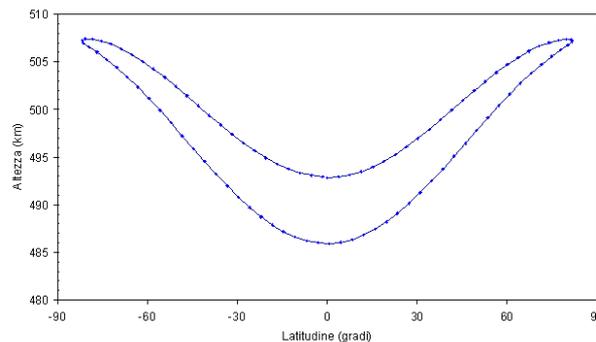
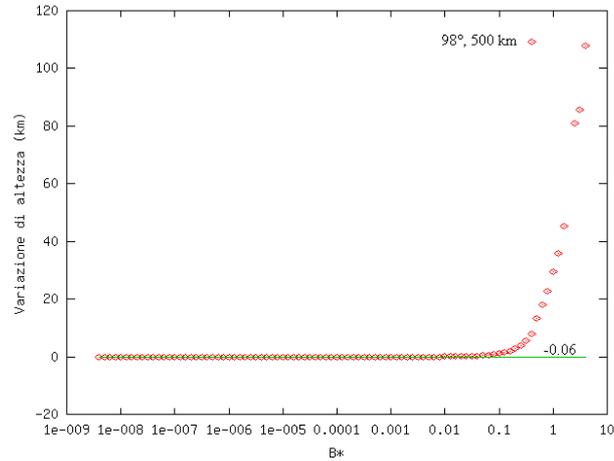


Figura 4.3: Variazione dell'altezza in funzione della longitudine. Il valore di riferimento è 500 km

4.3 Effetto del campo gravitazionale

Al passaggio sopra l'equatore, registrando i valori della variazione di altezza ΔR per ogni orbita, si osserva che riducendo B^* la variazione $\langle \Delta R \rangle$, ottenuta come media della diminuzione dell'altezza su 30 periodi, è ridotta fino a raggiungere un valore costante. (vedi fig. 4.4) La scelta di mediare 30 periodi è dovuta all'ampiezza dell'intervallo di valori utilizzati nel variare il coefficiente di attrito B^* : scegliendo un numero inferiore di periodi per la media si ottengono dei valori troppo variabili, scegliendone un numero maggiore

si perdono tutti i punti iniziali corrispondenti a valori di B^* molto grandi poichè le variazioni di altezza sono molto grandi.



Contributo nell'emisfero Nord

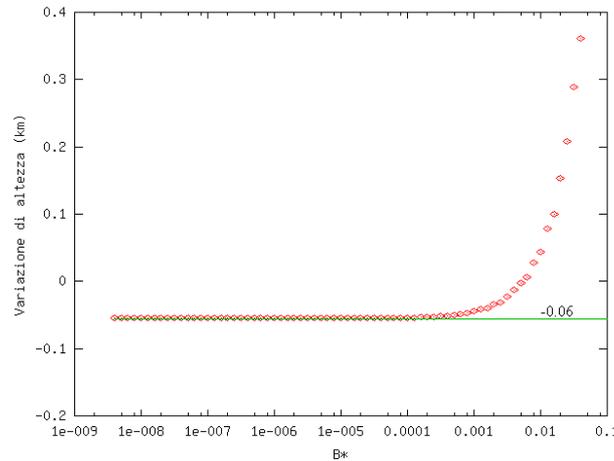


Figura 4.4: Variazione dell'altezza per $B^* \rightarrow 0$ per 500 km di altezza e 98 gradi di inclinazione del piano orbitale

Ripetendo la stessa simulazione per diversi valori di altezza ed inclinazione del piano orbitale, si ottengono dei diversi contributi. I valori di altezza utilizzati sono 350 km, 400 km, 500 km, 600 km (vedi fig. 4.5). I valori di inclinazione presi in esame sono 98° , 60° e 2° (fig. 4.6, 4.7, 4.8).

L'inclinazione di 2 gradi è la minima inclinazione possibile per effettuare questo studio in quanto per inclinazioni minori l'intersezione del del piano orbitale con l'equatore non è più un buon metodo per determinare il punto in cui registrare i valori.

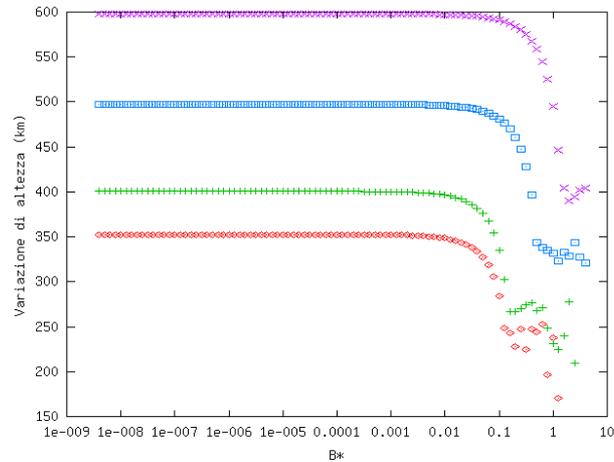
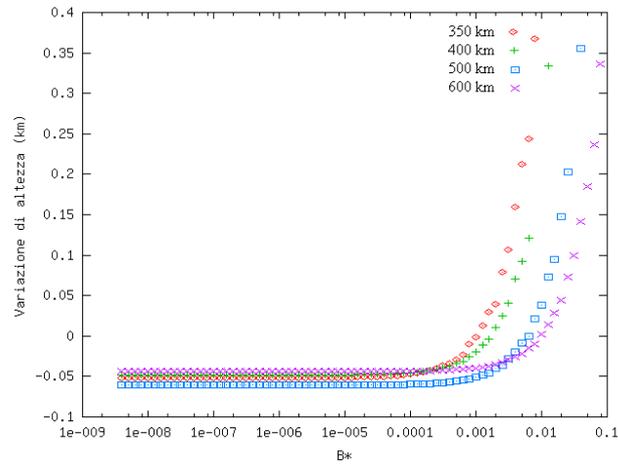


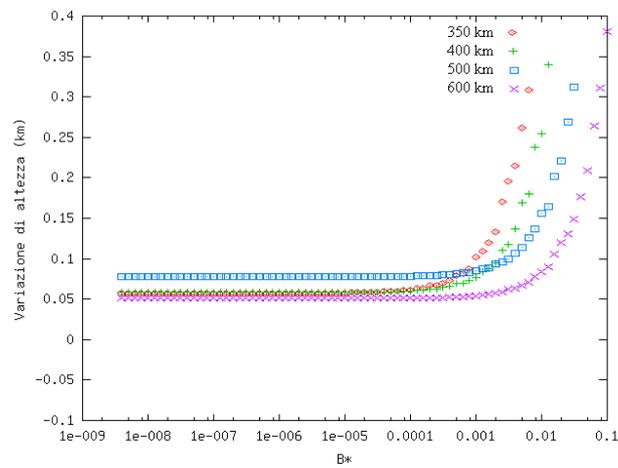
Figura 4.5: Altezze di calcolo corrispondenti ai valori di coefficiente di attrito utilizzato

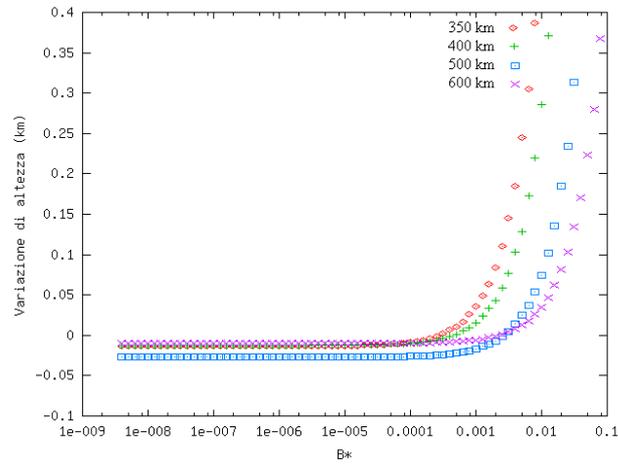
Il modello gravitazionale utilizzato da SGP4 ha prevalentemente una dipendenza del campo dalla latitudine. Si può provare a ripetere la simulazione fissando le caratteristiche geometriche dell'orbita e variandone l'inclinazione. Concentrandosi solo sul valore di $\langle \Delta R \rangle$ ottenuto come estrapolazione dell'andamento per ogni inclinazione, il grafico che si ottiene presenta effettivamente una dipendenza dall'inclinazione dell'orbita, ossia dalla latitudine massima a cui transita il satellite. (fig. 4.9) Mentre per l'emisfero sud si ha un andamento come mostrato in figura 4.10).

Si osserva che i due andamenti non sono uguali. Questo è dovuto proprio al fatto che il centro di massa della Terra è spostato verso Sud. Si osserva inoltre che per inclinazioni molto piccole (2°), i contributi per $B^* \rightarrow 0$ sono quasi trascurabili perchè le variazioni del campo gravitazionale lungo l'orbita sono del secondo ordine.

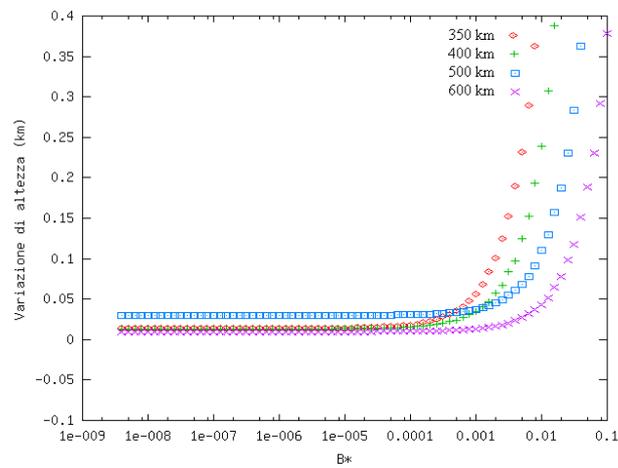


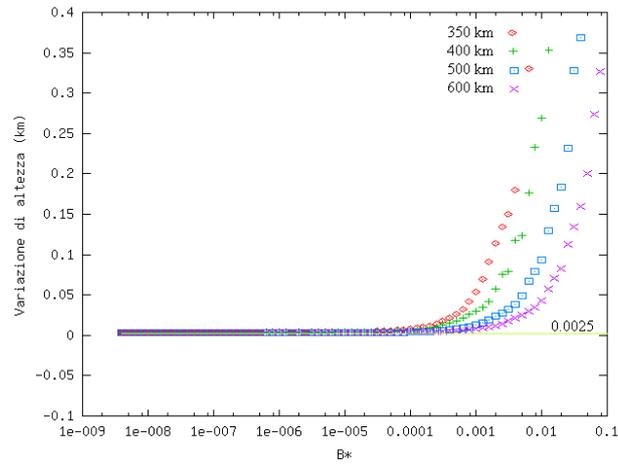
Contributo nell'emisfero Nord

Figura 4.6: Contributo per $B^* \rightarrow 0$ a diverse altezze per un'inclinazione di 98 gradi per l'emisfero Nord e Sud



Contributo nell'emisfero Nord

Figura 4.7: Contributo per $B^* \rightarrow 0$ a diverse altezze per un'inclinazione di 60 gradi



Contributo nell'emisfero Nord

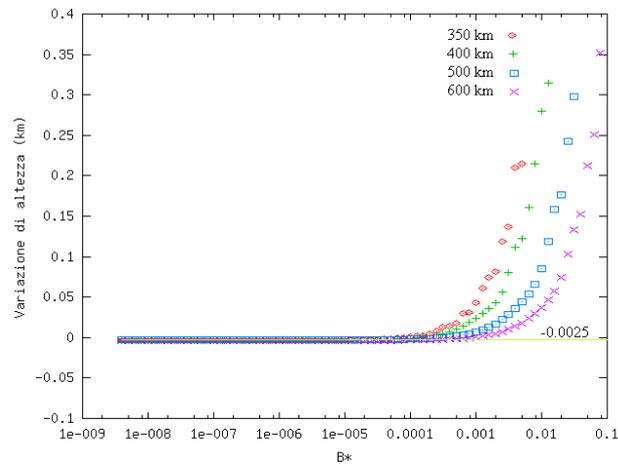


Figura 4.8: Contributi per $B^* \rightarrow 0$ a diverse altezze per un'inclinazione di 2 gradi

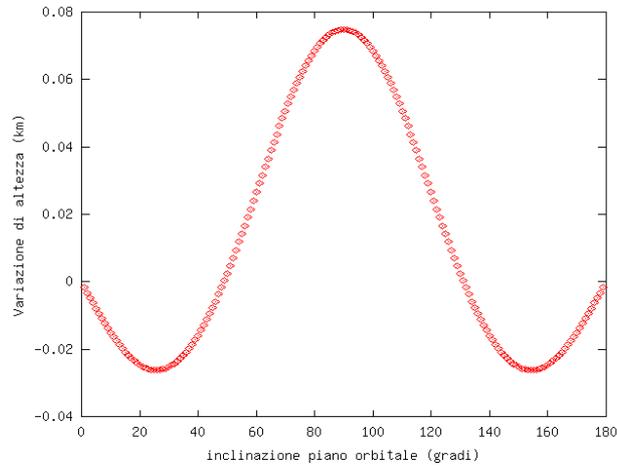


Figura 4.9: Contributi alla variazione di altezza al variare dell'inclinazione del piano orbitale per 500 km di quota. (emisfero Nord)

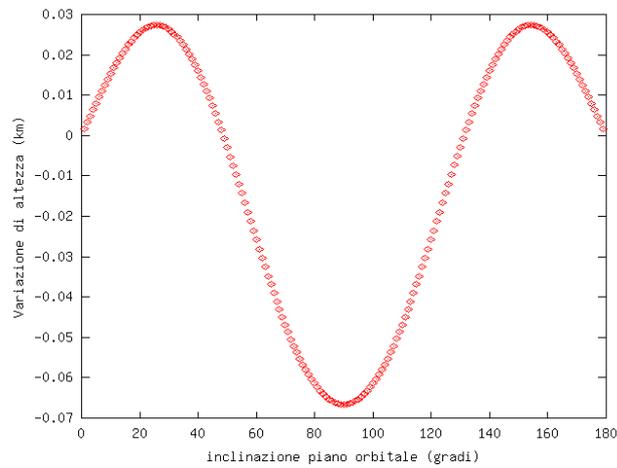


Figura 4.10: Contributi alla variazione di altezza al variare dell'inclinazione del piano orbitale per 500 km di quota.(emisfero Sud)

4.4 Effetto dell'attrito atmosferico

La variazione di altezza per orbita vale

$$\Delta a_{rev} = -2\pi \left(C_D \frac{A}{m} \right) a^2 \rho_P \exp(-c) [I_0 - 2eI_1]$$

Il valore dell'altezza di scala è ottenuto ad ogni passaggio sull'equatore interpolando il valore dell'altezza calcolato su un fit di dati noti.([16]) I dati di interesse sono quelli relativi all'intervallo [200-800] km di altezza.(fig. 4.11)

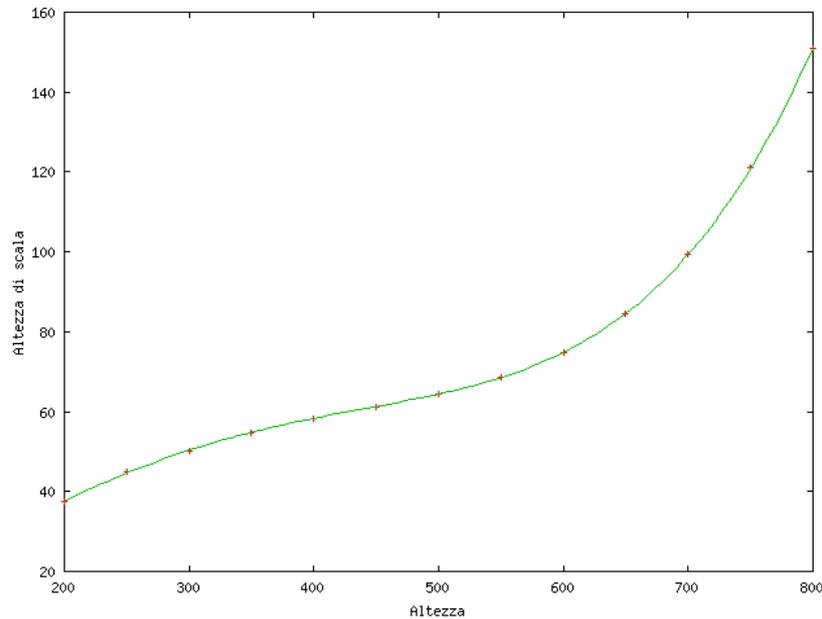


Figura 4.11: Fit utilizzato per determinare l'altezza di scala

Inoltre conoscendo H si può avere una stima del tempo di vita del satellite, data dalla relazione

$$L \approx -\frac{H}{\Delta a_{rev}}$$

Anche questa equazione è stata aggiunta alla routine

Per orbite circolari possiamo scrivere una relazione più semplice:

$$\Delta a_{rev} = -2\pi \left(C_D \frac{A}{m} \right) \rho a^2$$

Chiamiamo Δa_{rev} variazione di altezza teorica. Poichè è calcolata nell'approssimazione di orbite circolari, questa variazione coincide proprio con la variazione dell'altezza R calcolata ad ogni periodo.

Implementando questa formula all'interno della routine SGP4 si può avere un confronto istantaneo tra i valori teorici calcolati con queste equazioni approssimate e quelli calcolati con SGP4 per l'effetto dell'attrito.

Applicando i parametri corrispondenti ad AtmoCube ($C_D=2$, $A=13 \text{ cm}^2$, $m=1.5 \text{ kg}$, corrispondenti ad un coefficiente balistico $B=4.437 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$) si ottengono i risultati riportati in tabella:

alt(km)	i(°)	ΔR_{ap}	ΔR_{SGP4}	correzione
600 km	98	0.00311E-02	6.07299E-02	5.10357E-02
	60	0.00309E-02	2.14233E-02	1.02317E-02
	2	0.00305E-02	0.32958E-02	0.25692E-02
500 km	98	0.01045E-02	5.88378E-02	5.57433E-02
	60	0.01045E-02	2.74865E-02	2.71002E-02
	2	0.01048E-02	0.38146E-02	0.25043E-02
400 km	98	0.24383E-02	5.44738E-02	4.81401E-02
	60	0.23889E-02	1.29953E-02	1.26583E-02
	2	0.23759E-02	0.42724E-02	0.25082E-02
350 km	98	0.54888E-02	5.64575E-02	5.18964E-02
	60	0.55325E-02	1.44958E-02	1.03808E-02
	2	0.56972E-02	0.37841E-02	0.25095E-02

La tabella riporta le variazioni di altezza teorica e calcolata tramite SGP4 nell'emisfero Nord per diversi valori dell'altezza iniziale e della densità. I risultati sono diversi perchè nella routine si tiene conto anche delle perturbazioni date dalla forma della Terra che come appena visto influiscono con un contributo che abbiamo supposto costante costante e dipendente dall'inclinazione.

Se teniamo conto di questo contributo aggiungendolo come correzione alla formula che fornisce la variazione dell'altezza data *solo* dall'attrito atmosferico otteniamo che i dati sono compatibili. Analogamente per le variazioni nell'emisfero Sud:

alt(km)	i(°)	ΔR_{ap}	ΔR_{SGP4}	correzione
600 km	98	0.00311E-02	4.74853E-02	4.39232E-02
	60	0.00310E-02	1.16577E-02	0.99049E-02
	2	0.00352E-02	0.37841E-02	0.25792E-02
500 km	98	0.01448E-02	6.42395E-02	7.76803E-02
	60	0.01045E-02	2.49328E-02	3.00199E-02
	2	0.01048E-02	0.33264E-02	0.25057E-02
400 km	98	0.23703E-02	5.29324E-02	4.81401E-02
	60	0.23875E-02	1.38244E-02	1.34436E-02
	2	0.24387E-02	0.45471E-02	0.25285E-02
350 km	98	0.54701E-02	5.34973E-02	5.19987E-02
	60	0.55277E-02	1.34887E-02	1.20456E-02
	2	0.56987E-02	0.37536E-03	0.25095E-02

Da questo possiamo concludere che al decadimento dell'orbita di un sa-

tellite a bassa quota, l'effetto prevalente è quello dell'attrito atmosferico. Questo effetto va corretto con una quantità dipendente dall'inclinazione che tiene conto del contributo dato dalla non sfericità della Terra.

Capitolo 5

Conclusioni

AtmoCube è un satellite concepito come un sistema innovativo per lo studio dell'atmosfera terrestre ad un'altezza dell'ordine di 500 km.

Lo scopo di AtmoCube è di fare misurazioni scientifiche di fenomeni legati allo *Space Weather*, ossia alle condizioni del Sole, vento solare, magnetosfera, ionosfera e termosfera che possono influenzare le prestazioni e l'affidabilità dei sistemi tecnologici nello spazio e mettere in pericolo la vita e la salute umana a terra. L'attività solare ha variazioni cicliche con un periodo di 11 anni in cui passa da un minimo di attività ad un massimo a cui corrisponde un vento solare ricco di particelle molto energetiche. In figura 5.1 è riportata la variazione del numero di macchie solari in funzione dell'anno, uno degli indici più significativi dell'attività solare.

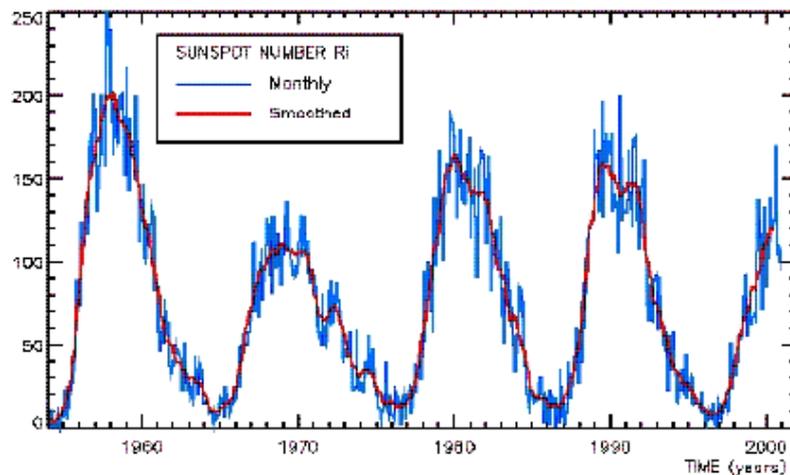


Figura 5.1: Ciclo solare: numero di macchie solari per anno

L'obiettivo è costruire una mappa precisa del campo magnetico terrestre e del flusso di radiazione incidente proveniente dallo spazio esterno.

Il disegno preliminare di AtmoCube è riportato in figura 5.2.

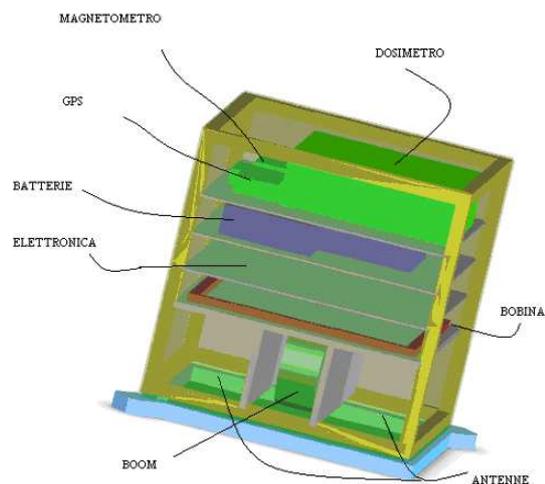


Figura 5.2: Componenti di AtmoCube

La strumentazione prevede un magnetometro un dosimetro e un GPS. Il GPS fornendo continuamente posizione del satellite, permette di correlare le misurazioni date degli altri strumenti a terra o nello spazio. Inoltre è possibile effettuare una stima indiretta della densità atmosferica misurando le perturbazioni ai parametri orbitali indotte dall'attrito con l'atmosfera residua.

Resta ancora da analizzare la reale possibilità di valutare la densità atmosferica tramite le misure ottenute con il GPS ed eventualmente la precisione raggiungibile con questo metodo.

Il problema maggiore è la separazione dell'effetto di *drag* dalle perturbazioni legate alle variazioni del campo gravitazionale terrestre.

Le problematiche maggiori per la valutazione della densità sono tre:

- limitata precisione (intrinseca) del GPS
- limitata capacità di simulare il comportamento del satellite in volo
- difficoltà di separazione dell'effetto di *drag* dalle perturbazioni legate alle variazioni del campo gravitazionale terrestre

Quest'ultimo punto è quello che abbiamo analizzato in questo lavoro.

L'orbita ottenuta considerando come forza agente solo l'attrazione gravitazionale tra due corpi è detta kepleriana e rappresenta un'orbita ideale. Oltre alla forza di gravità esistono altre forze agenti su un satellite che inducono variazioni agli elementi orbitali nel tempo dette perturbazioni.

Per questa analisi si è utilizzato il metodo delle perturbazioni generali. Pur essendo matematicamente più complicato descrivere le variazioni degli elementi orbitali a causa delle forze agenti sul satellite, questo approccio permette una maggiore comprensione di come le perturbazioni influiscono sulla geometria dell'orbita.

In particolare abbiamo studiato l'effetto dato dall'attrito atmosferico (*drag*) e dalla non sfericità della Terra (*trassialità*) che sono le due forze perturbative prevalenti per un satellite in orbita bassa.

In questo studio abbiamo analizzato separatamente gli effetti perturbativi indotti dall'atmosfera e dal campo gravitazionale utilizzando la routine SGP4 estratta dall'articolo *Spacetrack Report No 3* ([12]). Il codice è stato modificato introducendo funzioni per

- determinare l'istante di passaggio sopra all'equatore, ottenuto tramite il cambiamento di segno della coordinata z nel sistema di riferimento GCI, indipendentemente dal passo utilizzato e dal tipo di orbita;
- calcolare la densità atmosferica istantanea tramite polinomi che rappresentano un fit logaritmico di dati relativi alla densità atmosferica nei tre casi di massima, media e minima attività solare;
- calcolare la variazione di altezza e velocità istantanea;
- calcolare la variazione di altezza e altezza media su un periodo e su mezzo suddividendo in emisfero Nord e Sud;
- confrontare le variazioni ottenute dal codice SGP4 con quelle calcolate tramite la soluzione delle equazioni perturbate introducendo anche i termini correttivi;
- valutare i dati forniti dal modello atmosferico e gravitazionale utilizzato nella routine ed il modo in cui sono calcolati, al variare delle condizioni iniziali portando a zero il coefficiente di attrito di SGP4.

In questo modo abbiamo evidenziato e calcolato l'effetto dell'attrito atmosferico nella variazione dell'orbita, riferendoci particolarmente all'orbita prevista per AtmoCube ed alle caratteristiche geometriche e fisiche del satellite (C_D e A).

Per un satellite al disotto dei 1000 km l'attrito è dato solo dal *neutral drag*, ossia dalle collisioni con atomi neutri.

Possiamo esprimere l'accelerazione data dal *drag* come

$$a_D = -\frac{1}{2}\rho \left(C_D \frac{A}{m} \right) v^2$$

dove ρ è la densità atmosferica, A la sezione di impatto del satellite, m la massa, v la velocità (rispetto all'atmosfera) e C_D il coefficiente di *drag*.

La routine SGP4 utilizza la quantità

$$B^* = \frac{1}{2} \frac{C_D A}{m} \rho$$

come coefficiente di attrito atmosferico.

Poichè la densità dell'aria varia a causa del ciclo solare, di eventi geomagnetici, stagioni, notte e giorno, oltre alla presenza di piccole variazioni locali, il coefficiente di attrito non può essere considerato costante. Da questo la necessità di studiare gli effetti della variazione di ρ sui valori forniti dalla routine. Per valutare la densità dell'atmosfera si è utilizzato un polinomio in scala logaritmica dato da un *fit* di dati di densità relativi a diverse condizioni di attività solare

A causa della difficoltà di scindere il coefficiente balistico dalla densità atmosferica all'interno del coefficiente di attrito B^* , abbiamo studiato gli effetti della diminuzione della densità fino al limite $\rho \rightarrow 0$, portando così a zero anche il valore di B^* .

Questa procedura non è di semplice applicazione perchè il risultato non dipende solo dall'altezza ma anche dall'inclinazione dell'orbita ed il campo gravitazionale terrestre è asimmetrico tra emisfero Nord e Sud e questo influenza in modo apprezzabile le variazioni di altezza dell'orbita tra i due emisferi. Per questo abbiamo svolto un'analisi separata.

Registrando i valori della variazione di altezza ΔR , al passaggio sopra l'equatore per ogni orbita abbiamo osservato che riducendo B^* , la variazione $\langle \Delta R \rangle$, ottenuta come media della diminuzione dell'altezza, è ridotta fino a raggiungere un valore costante. Ripetendo lo stesso procedimento per diversi valori di altezza ed inclinazione del piano orbitale, otteniamo dei contributi diversi. I valori di altezza esaminati sono 350 km, 400 km, 500 km, 600 km e le inclinazioni 2°, 60° e 98°. Un esempio è riportato in figura 5.3.

Aggiungendo questa correzione all'interno della routine SGP4, abbiamo un confronto istantaneo tra valori teorici e calcolati dell'effetto dell'attrito.

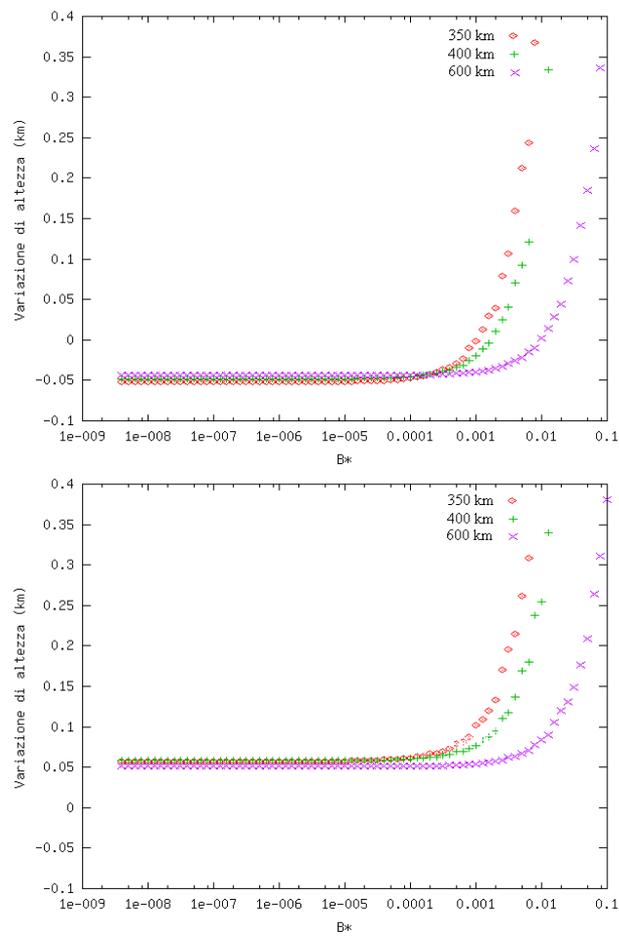


Figura 5.3: Contributo per $B^* \rightarrow 0$ a diverse altezze per un'inclinazione di 98 gradi, per l'emisfero Nord e Sud

alt(km)	i(°)	ΔR_{ap}	ΔR_{SGP4}	correzione
600 km	98	0.00311E-02	6.07299E-02	5.10357E-02
	60	0.00309E-02	2.14233E-02	1.02317E-02
	2	0.00305E-02	0.32958E-02	0.25692E-02
500 km	98	0.01045E-02	5.88378E-02	5.57433E-02
	60	0.01045E-02	2.74865E-02	2.71002E-02
	2	0.01048E-02	0.38146E-02	0.25043E-02
400 km	98	0.24383E-02	5.44738E-02	4.81401E-02
	60	0.23889E-02	1.29953E-02	1.26583E-02
	2	0.23759E-02	0.42724E-02	0.25082E-02
350 km	98	0.54888E-02	5.64575E-02	5.18964E-02
	60	0.55325E-02	1.44958E-02	1.03808E-02
	2	0.56972E-02	0.37841E-02	0.25095E-02

La tabella riporta le variazioni di altezza teoriche e quelle ottenute tramite SGP4 nell'emisfero Nord, per diversi valori dell'altezza iniziale e della densità. I valori ottenuti sono diversi perchè la routine tiene conto anche delle perturbazioni date dalla forma della Terra che influiscono con un contributo che abbiamo ipotizzato costante, dipendente dall'inclinazione e pari alla media dei valori calcolati quando l'orbita interseca l'equatore.

Tenendo conto di questo contributo ed aggiungendolo come correzione alla formula che fornisce la variazione dell'altezza data solo dall'attrito atmosferico otteniamo che i dati sono in accordo.

alt(km)	i(°)	ΔR_{ap}	ΔR_{SGP4}	correzione
600 km	98	0.00311E-02	4.74853E-02	4.39232E-02
	60	0.00310E-02	1.16577E-02	0.99049E-02
	2	0.00352E-02	0.37841E-02	0.25792E-02
500 km	98	0.01448E-02	6.42395E-02	7.76803E-02
	60	0.01045E-02	2.49328E-02	3.00199E-02
	2	0.01048E-02	0.33264E-02	0.25057E-02
400 km	98	0.23703E-02	5.29324E-02	4.81401E-02
	60	0.23875E-02	1.38244E-02	1.34436E-02
	2	0.24387E-02	0.45471E-02	0.25285E-02
350 km	98	0.54701E-02	5.34973E-02	5.19987E-02
	60	0.55277E-02	1.34887E-02	1.20456E-02
	2	0.56987E-02	0.37536E-03	0.25095E-02

Da questo possiamo concludere che per orbite molto basse, al disotto dei 400 km, l'effetto prevalente è quello dell'attrito atmosferico. Questo effetto va corretto con una quantità dipendente dall'inclinazione che tiene conto del

contributo dato dalla non sfericità della Terra.

Questo studio può essere ampliato e quindi applicato punto per punto lungo l'orbita del satellite in modo da poter separare i due effetti istante per istante e valutare così la densità atmosferica.

I modelli attuali di densità atmosferica (MSIS[10] e DTM[11]) ad altezza maggiori di 300 km soffrono della mancanza di misure dirette e continue, nello spazio e nel tempo. I risultati sono spesso basati su interpolazioni e la precisione che forniscono è dell'ordine del 10-20%.

Nuove misure della densità atmosferica, effettuate in modo continuo ricoprendo tutta l'atmosfera terrestre, dovrebbero portare ad un miglioramento sostanziale di questi modelli ed una miglior comprensione del comportamento dell'alta atmosfera.

Bibliografia

- [1] A.Gregorio, S. Carrato, T. Bernardi, Ts. Dachev, I. Kostadinov, S. Marisi, M. Messerotti: *A measurement of the space environment to analyse space weather effects: AtmoCube*, ESA space weater workshop, ESTEC, 14-18 ottobre 2005, in stampa
- [2] Y. Miyazaki, H. Isobe, T. Kodama, M. Uchiki, S. Hinuma - Nihon University, Japan: *Nihon University CubeSat Program*; V. Agüero - SRI International: *Cubesats: A Technology and Science Mission Low-Cost Test Bed*.
- [3] J. Oehrig, N. Schutt, J. Schea, D. Voss, J. Lee, B. Gerig, C. Fennig, J. Wilhelmi, D. Gall, J. Bryson, A. Becker, C.Herron, J.Weisenburger, E. Grashorn, J. Nussbaum, J. Rodriguez, G. Chase, J. Voss, D. Prentice, Platt, W. Holmes, Dr. H. Voss - Taylor University: *TU-Sat 1 CubeSat*.
- [4] K. Bennett, M. Swartwout -Washington University: *Getting Started: Using a Global Circumnavigation Balloon Flight to Explore Picosatellite (CubeSat) Technology*.
- [5] A. Lin, National Space Program Office, Taiwan: *YamSat : The First Picosatellite Being Developed in Taiwan*.
- [6] CubeSat web sites: ssdl.stanford.edu /arliss; /cubesat; /emerald; /opal; /sharp.
- [7] B. Bruninga - Naval Academy Satellite Laboratory: *The PCsat Mission and CUBESAT DESIGN Notes*.
- [8] [http:
www.estec.esa.nl/wmwww/wma/spweather/SWEN/swer.html](http://www.estec.esa.nl/wmwww/wma/spweather/SWEN/swer.html).
- [9] <http://www.units.it/~carrato/didatt/cubesat/>
- [10] MSIS: Hedin, 1987, web home page:

- [11] Barlier et al., 1987
- [12] Felix R. Hoots and Ronald L. Roehrich, *Spacetrack Report No 3*,
December 1980
- [13] www.STK.com
- [14] <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/atmos/>
- [15] <http://esa-spaceweather.net/spweather/BACKGROUND/index.html>
- [16] James R.Wertz and Wiley J.Larson, *Space Missions Analysis And
Design*, third edition, Microcosm Inc. and W.J.Larson,1999
[http://uap-www.nrl.navy.mil/models web/msis/msis home.html](http://uap-www.nrl.navy.mil/models_web/msis/msis_home.html)