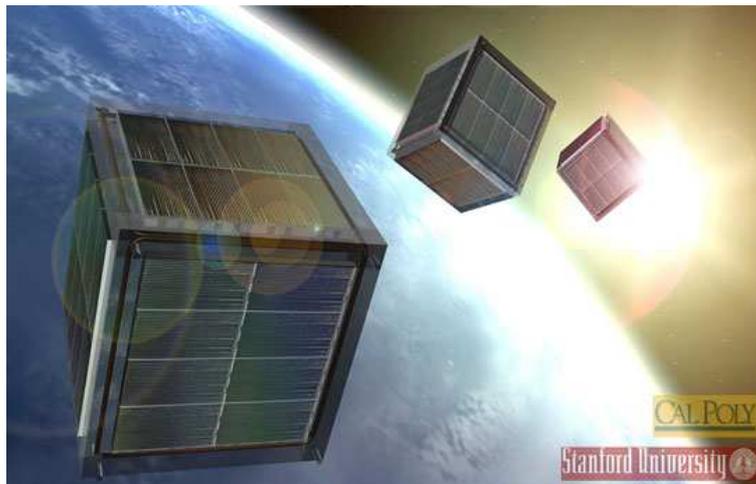


*Corso di Missioni e Strumentazioni per lo Spazio*

# PROGETTO ATMOCUBE: ANALISI PRELIMINARE DELLA GEOMETRIA ORBITALE



Claudio Zamberlan

# 1 Il progetto CubeSat

## 1.1 Introduzione

Il progetto CubeSat è nato nel 1999 da una collaborazione fra la California Polytechnic State University e la Stanford University con lo scopo di creare una nuova classe di picosatelliti. Il punto di partenza è stato lo sviluppo di un'interfaccia meccanica in grado di permettere il trasporto in orbita di alcuni Cubesat come carico secondario di un grande numero di lanciatori attualmente in uso.

Ovviamente i satelliti devono essere compatibili con l'interfaccia e questo pone alcune precise richieste per la loro progettazione, ma i costi e i tempi di realizzazione risultano molto minori, consentendo una maggiore accessibilità all'ambiente spaziale da parte di enti come scuole superiori e università, anche per scopi didattici oltre che scientifici.

## 1.2 L'interfaccia P-POD

L'interfaccia P-POD (Poly Picosat Orbital Deployer) è stata progettata per essere compatibile con molti veicoli di lancio e le sue piccole dimensioni consentono di utilizzare gli spazi lasciati liberi dal carico primario, altrimenti inutilizzati. La massa del P-POD e dei Cubesat in esso contenuti è praticamente trascurabile rispetto a quella del resto del carico e di fatto rientra comodamente nei margini di sicurezza per la massa trasportata che di solito vengono stabiliti nei programmi di lancio.

Per essere accettato a bordo dei lanciatori il sistema P-POD deve soddisfare alcune precise richieste:

- Il veicolo di lancio e il carico primario devono essere protetti da eventuali interferenze meccaniche o elettromagnetiche provenienti da malfunzionamenti dei CubeSat trasportati.
- I Cubesat devono essere rilasciati con uno spin minore possibile e con basse probabilità di collisione con il resto del veicolo.
- Il P-POD deve essere compatibile con diversi veicoli di lancio senza imporre modifiche allo standard dei satelliti trasportati.
- La massa deve essere minore possibile.
- Il P-POD deve avere una struttura modulare per consentire il lancio di un numero diverso di CubeSat a seconda della missione.
- Gli standard imposti nella progettazione dei Cubesat non devono implicare materiali e tecniche di costruzione particolarmente costosi.

Il sistema P-POD viene realizzato usando l'Alluminio 7075-T73 per le sue caratteristiche di resistenza e facilità di lavorazione. Sei satelliti CubeSat vengono trasportati all'interno di due tubi paralleli a sezione quadrata e il sistema di espulsione deve essere privo di fenomeni esplosivi per non interferire con il resto del veicolo di lancio.

Il rilascio inizia con l'apertura da parte di una molla dello sportellino esterno seguito dall'azione di un pistone a molla che dall'interno spinge i satelliti verso lo spazio esterno. Questi vengono separati fra loro dall'azione di altre molle che si trovano fra di loro e che vengono liberate dall'apertura dello sportellino. L'accensione dei satelliti avviene durante questa fase, poiché quando si trovano all'interno del lanciatore devono essere spenti.

La configurazione di base per il sistema P-POD prevede sei CubeSat all'interno di due tubi paralleli, ma è anche possibile avere un singolo tubo per lanciarne solo tre. Inoltre lo spazio a disposizione può essere occupato da satelliti con la stessa base e con altezza doppia o tripla detti 2xCubeSat e 3xCubeSat. Infine rimuovendo la parete di separazione posta fra i due tubi è possibile trasportare un satellite con un volume pari a quello dei sei CubeSat semplici detto MegaSat.

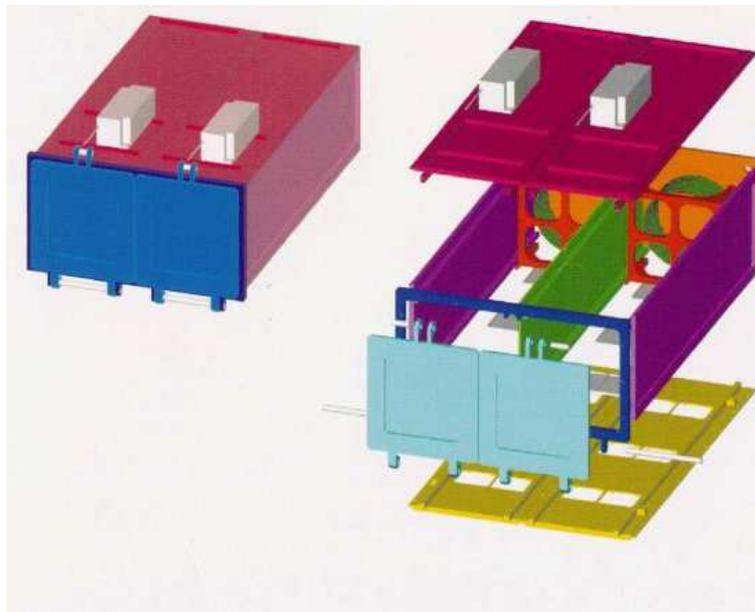


Figura 1: Interfaccia P-POD

### 1.3 I satelliti CubeSat

L'uso dell'interfaccia P-POD e la necessità di non interferire con gli scopi principali delle missioni che ospitano i satelliti CubeSat pongono dei vincoli precisi nella loro progettazione. Le linee guida generali sono:

- Un satellite CubeSat non deve rappresentare un pericolo per i Cubesat vicini e per il carico primario. In particolare non deve bloccarsi al momento dell'espulsione e tutte le sue parti devono rimanere fissate al corpo principale per non creare dei detriti spaziali.
- Tutti i satelliti devono essere spenti durante l'assemblaggio del carico e il lancio, per prevenire qualsiasi interferenza elettromagnetica con il veicolo di lancio e il carico primario.
- Ogni Cubesat deve essere costruito da materiali spaziali approvati dalla NASA e qualsiasi modifica delle caratteristiche standard deve essere discussa con i responsabili del progetto del California Polytechnic e della Stanford University.

Le richieste per la progettazione sono invece:

- **Massa e dimensioni.** Ciascun satellite deve avere una massa inferiore a un chilogrammo e deve essere di forma cubica con un lato di 10 centimetri. La distanza tra il centro di massa e il centro geometrico non può superare i due centimetri.
- **Struttura.** Tutti i bordi che si trovano a contatto della struttura del P-POD devono essere arrotondati per evitare problemi nella fase di rilascio e le molle fra i satelliti devono essere posizionate nei punti indicati. Inoltre ogni CubeSat deve essere dotato di un interruttore destinato all'accensione, che deve avvenire durante l'espulsione.
- **Materiali.** Per la struttura esterna è consigliato l'uso dell'Alluminio 7075 o 6061-T6. L'uso di materiali alternativi può creare problemi se la loro espansione termica è diversa da quella dell'Alluminio 7075-T73 dell'interfaccia P-POD.
- **Comunicazioni e strumentazione.** Devono passare alcuni minuti prima che parti meccaniche come le antenne vengano portate all'esterno della struttura del corpo principale per evitare contatti con gli altri satelliti durante la fase di separazione. Devono passare invece diversi minuti prima di iniziare le trasmissioni sempre per evitare reciproche interferenze fra i satelliti appena liberati nello spazio.
- **Potenza.** La potenza necessaria viene fornita da celle solari fissate sulla parte esterna del corpo principale.

- **Propulsione.** Non può avvenire alcun fenomeno esplosivo all'interno dei satelliti CubeSat, che saranno quindi sprovvisti di un sistema di propulsione autonomo.



Figura 2: Il primo CubeSat costruito al California Polytechnic

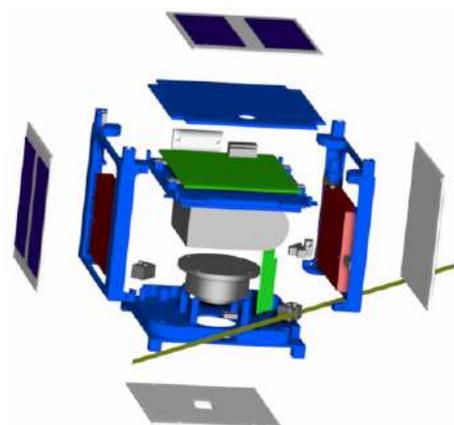


Figura 3: Esploso del primo Cubesat

## 2 Il progetto Atmocube

### 2.1 Introduzione

Il satellite AtmoCube è stato concepito come un sistema innovativo per lo studio dell'atmosfera terrestre a partire da altezze dell'ordine di 600 chilometri. In particolare lo scopo del progetto è quello di costruire una mappa precisa sia del campo magnetico terrestre che del flusso di radiazione incidente proveniente dallo spazio esterno.

Un GPS (Global Positioning System), fornendo in tempo reale la posizione del satellite al momento delle misure, consentirà di correlare i dati ottenuti con quelli forniti da altre strumentazioni e permetterà anche una stima indiretta della densità atmosferica misurando le perturbazioni dei parametri orbitali causate dall'atmosfera residua. Per ridurre i costi e i tempi di attesa per il lancio è stata decisa l'adesione al progetto internazionale CubeSat, già in fase realizzativa negli Stati Uniti, in Giappone e in alcuni paesi europei.

### 2.2 Il satellite AtmoCube

Il satellite AtmoCube dovrà seguire gli standard imposti dal progetto CubeSat e quindi si presenterà con un corpo in alluminio di forma cubica, con un lato di 10 centimetri e una massa inferiore a un chilogrammo. La potenza necessaria verrà ricavata da pannelli solari disposti sulle facce del satellite, mentre l'antenna e le eventuali aperture per il funzionamento della strumentazione saranno disposte tutte su una delle sei facce.

I dati di interesse scientifico verranno forniti da un dosimetro e da un magnetometro, mentre la misura continua della posizione fornita dal GPS consentirà di costruire una mappa delle grandezze fisiche osservate. In quest'ottica, per garantire una buona copertura dell'atmosfera terrestre anche ad alte latitudini, è stata scelta un'orbita circolare con un'inclinazione abbastanza elevata, pari a 60 gradi.

La vita media dello strumento varia a seconda dell'attività solare, ma dovrebbe essere almeno di qualche anno e si prevede che la strumentazione a bordo sarà in grado di effettuare misure lungo tutto l'arco temporale della missione, in modo da avere una copertura globale dell'atmosfera terrestre anche in funzione dell'altezza, man mano che il satellite si abbassa a causa della presenza dell'atmosfera residua.

Per quando riguarda l'assetto, è previsto che il satellite abbia un orientamento fisso rispetto alla Terra, con una faccia rivolta sempre verso il nadir e un'altra sempre verso la direzione del moto. L'uso di un sistema passivo come quello del gradiente di gravità permetterà di avere un'asse e la faccia corrispondente sempre orientati verso il nadir, mentre l'orientamento attorno a quest'asse fisso verrà garantito da un sistema attivo costituito da due avvolgimenti magnetici, guidati dalla lettura del magnetometro che fungerà anche da sensore di assetto.

AtmoCube verrà realizzato con componenti elettroniche commerciali e sarà dotato di un processore in grado di controllare le comunicazioni nelle bande radio amatoriali a circa 144 e 430 MHz. La potenza richiesta dovrà essere ridotta e compatibile con le specifiche dei pannelli solari e delle batterie disponibili.

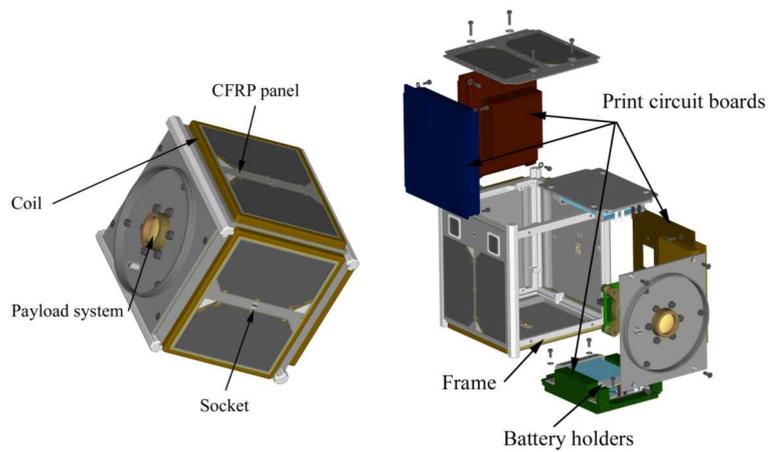


Figura 4: Cubesat realizzato all'università di Aalborg, in Danimarca

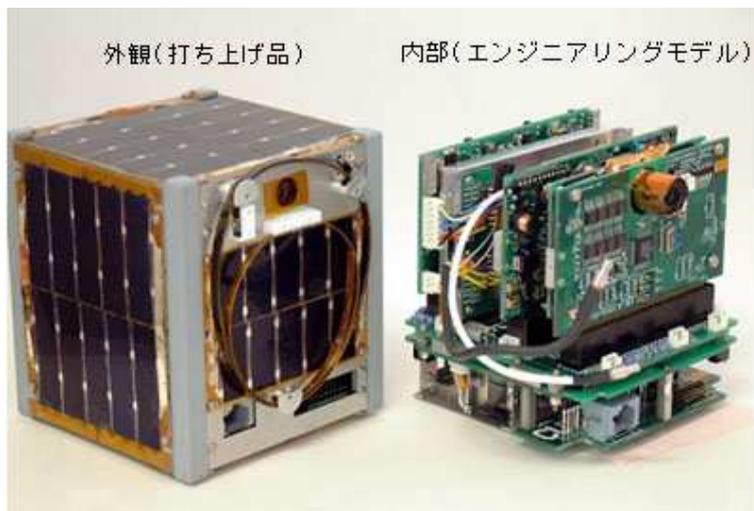


Figura 5: CubeSat costruito all'università di Tokio

### 3 Analisi degli elementi orbitali

#### 3.1 Sistemi di riferimento

Per definire un sistema di riferimento in modo univoco è necessario stabilire la posizione dell'origine e l'oggetto rispetto al quale il sistema risulta fisso. Tipicamente viene scelto il centro della Terra per problemi riguardanti l'analisi delle orbite o della posizione dei satelliti rispetto alla superficie terrestre mentre viene scelto il satellite stesso nel caso in cui si sia interessati alla posizione e al movimento di uno o più oggetti rispetto alla sua strumentazione.

Un sistema di riferimento può essere fisso rispetto allo spazio inerziale, alla Terra in rotazione o a un particolare oggetto inquadrato e nelle seguenti tabelle vengono elencate le caratteristiche dei sistemi di coordinate più usati.

Nome	Fisso rispetto	Centro
Eliocentrico	Spazio inerziale	Sole
Geocentrico Inerziale	Spazio inerziale	Terra
Satellite Inerziale	Spazio inerziale	Satellite
Geocentrico	Terra	Terra
Spacecraft Fixed	Satellite	Satellite
Local Horizontal	Orbita	Satellite

Nome	Asse Z (polo)	Asse X (punto riferimento)
Eliocentrico	Polo dell'eclittica	Punto d'Ariete
Geocentrico Inerziale	Polo Nord Celeste	Punto d'Ariete
Satellite Inerziale	Polo Nord Celeste	Punto d'Ariete
Geocentrico	Polo Nord Celeste	Meridiano di Greenwich
Spacecraft Fixed	Asse satellite → Nadir	Asse satellite → Velocità
Local Horizontal	Nadir	⊥ Nadir → Velocità

In realtà il sistema geocentrico inerziale non è fisso rispetto allo spazio inerziale definito dalla posizione delle stelle nelle vicinanze del Sole. L'asse terrestre e il punto d'Ariete ruotano infatti attorno ai poli dell'eclittica con un periodo di circa 26000 anni a causa del moto di precessione degli equinozi.

Il punto d'Ariete si sposta rispetto alle stelle di 0.014 gradi all'anno e di conseguenza le coordinate celesti dei vari oggetti astronomici cambiano nel tempo. Le coordinate tabulate nei cataloghi usati in astronomia vengono aggiornate ogni cinquanta anni e si trovano in genere dati riferiti al 1950 o al 2000.

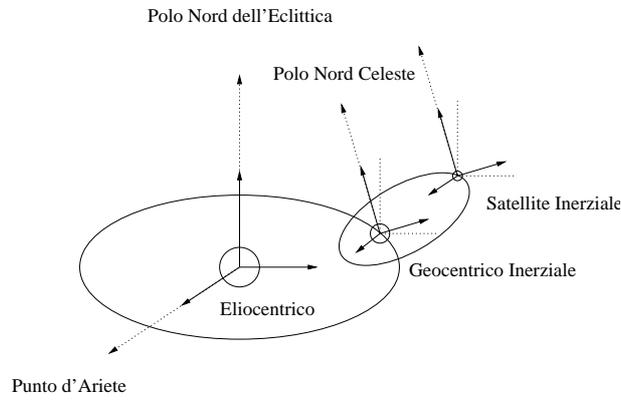


Figura 6: I sistemi di riferimento inerziali

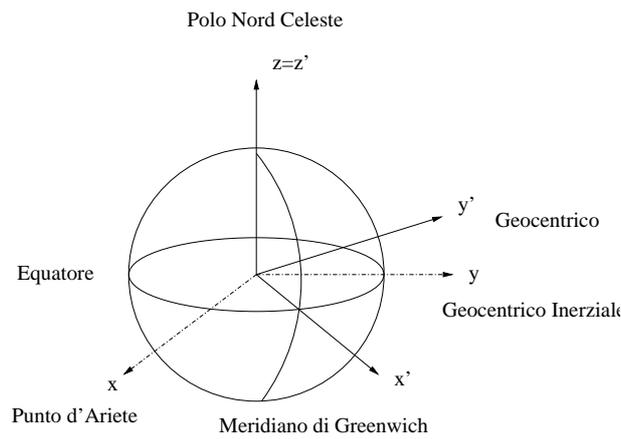


Figura 7: I sistemi di riferimento geocentrici

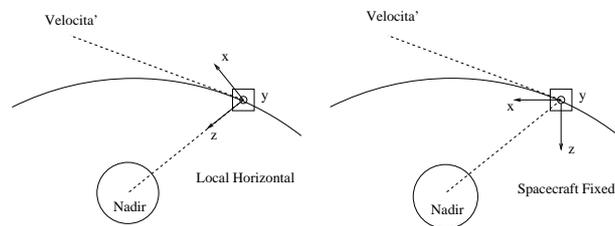


Figura 8: I sistemi di riferimento Local Horizontal e Spacecraft Fixed

Una volta stabilito un sistema di riferimento è possibile indicare una direzione usando un versore, cioè un vettore unitario. Un vettore di cui sia noto il modulo viene definito in modo univoco da due coordinate, che in genere sono due angoli. Si arriva così al concetto di sfera celeste, cioè di una sfera fittizia di raggio unitario con al centro l'osservatore, in cui ogni punto rappresenta una direzione. Il punto corrispondente alla direzione del centro della Terra viene detto nadir, mentre il suo opposto è lo zenit.

Una circonferenza maggiore è una circonferenza che divide una sfera in due emisferi uguali. Gli angoli usati per definire le direzioni vengono misurati a partire da una circonferenza maggiore che diventa l'equatore del sistema e da un punto di riferimento su di essa che definisce il meridiano fondamentale. L'asse X di solito è rivolta verso il punto di riferimento sull'equatore, mentre l'asse Z è rivolta verso il polo positivo o polo nord, definito dalla normale all'equatore passante per il centro della sfera.

Le circonferenze maggiori passanti per i poli sono i meridiani e l'angolo fra il meridiano fondamentale e quello del punto in questione definisce un angolo lungo l'equatore detto azimut. Le circonferenze minori parallele all'equatore sono invece i paralleli e la distanza angolare del punto dall'equatore definisce l'elevazione.

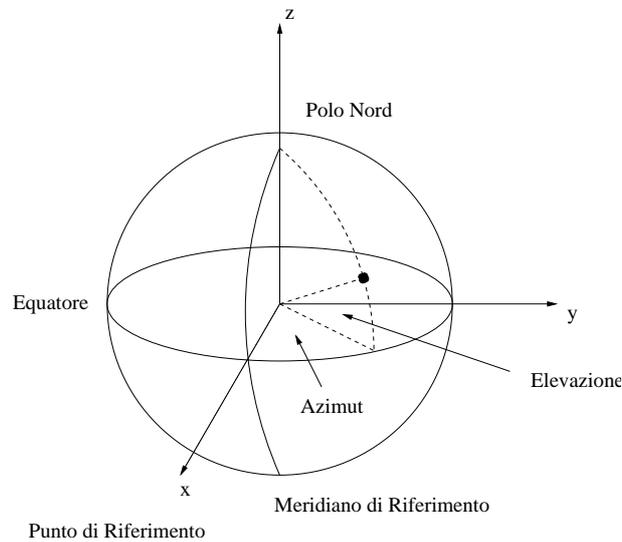


Figura 9: Azimut ed elevazione sulla sfera celeste

A seconda del sistema di riferimento usato, azimut ed elevazione prendono nomi diversi, come si può vedere dalla tabella seguente:

Nome	Azimut	Elevazione
Eliocentrico	Longitudine Celeste	Latitudine Celeste
Geocentrico Inerziale	Ascensione Retta	Declinazione
Satellite Inerziale	Ascensione Retta	Declinazione
Geocentrico	Longitudine	Latitudine
Spacecraft Fixed	Azimut	Elevazione
Local Horizontal	Azimut	Elevazione

### 3.2 Elementi orbitali

Per risolvere in modo analitico l'equazione del moto nel problema a due corpi è necessaria la conoscenza di sei costanti di integrazione. Di conseguenza, avendo a disposizione le tre componenti dei vettori posizione e velocità di un corpo che si muove attorno alla Terra per un certo istante, in linea di principio è possibile calcolare la posizione e la velocità del corpo in questione per ogni tempo precedente o successivo a quello di partenza.

Una volta risolta l'equazione del moto si trova che nel caso ideale del problema a due corpi l'orbita seguita dal corpo minore rimane costante nel tempo e per scopi pratici risulta più semplice descrivere la geometria dell'orbita usando cinque costanti dette elementi orbitali. Viene lasciato come parametro libero il tempo o una grandezza fisica che dipenda esplicitamente da esso. In questo modo il moto viene descritto in funzione della posizione lungo l'orbita ad un certo istante iniziale e del tempo trascorso.

Gli elementi orbitali di un satellite in movimento nel campo gravitazionale terrestre vengono definiti in un sistema di riferimento geocentrico inerziale e sono:

- **Semiassse maggiore  $a$ .** Descrive le dimensioni dell'orbita ellittica.
- **Eccentricità  $e$ .** Descrive la forma dell'orbita ellittica.
- **Inclinazione  $i$ .** E' l'angolo fra il piano equatoriale e quello orbitale, pari all'angolo fra il vettore momento angolare orbitale e il versore dell'asse Z.
- **Ascensione retta del nodo ascendente  $\Omega$ .** E' l'angolo fra il punto d'Ariete e il nodo ascendente, misurato lungo l'equatore celeste. L'ascensione retta viene misurata in senso antiorario, a partire dal punto d'Ariete.

- **Argomento del perigeo  $\omega$ .** E' l'angolo tra il nodo ascendente e il perigeo misurato lungo il piano dell'orbita, in senso antiorario.
- **Anomalia vera  $\nu$ .** E' l'angolo tra la posizione del satellite e il perigeo, misurato in senso antiorario. Rappresenta il parametro dipendente esplicitamente dal tempo e come istante iniziale viene solitamente considerato il tempo di passaggio al perigeo.

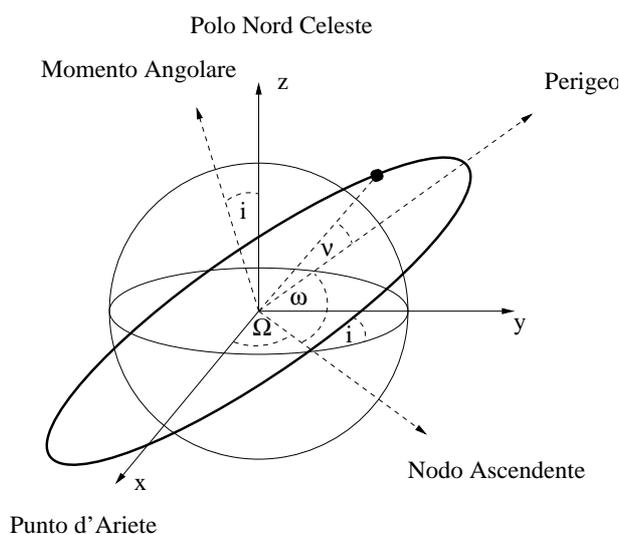


Figura 10: Elementi orbitali

Gli elementi orbitali appena introdotti vengono utilizzati per descrivere orbite ellittiche. Per orbite circolari con  $e = 0$  e per orbite equatoriali con  $i = 0^\circ$  vengono usate altre grandezze. In particolare per le orbite equatoriali viene usato un singolo angolo  $\pi$  dato da  $\pi = \Omega + \omega$  detto longitudine del perigeo. Per orbite circolari viene usato l'argomento della latitudine  $\nu$ , dato da  $\nu = \omega + \nu$  e in questo caso, non essendoci un perigeo si considera come istante iniziale il tempo di passaggio al nodo ascendente. Infine per un'orbita sia equatoriale che circolare si usa la longitudine vera  $l$ , intesa come l'angolo fra l'asse X e il vettore posizione del satellite, data da  $l = \Omega + \omega + \nu$ . Per un'orbita di questo tipo non può essere definita neppure l'ascensione retta del nodo ascendente e viene usato il punto di riferimento sull'equatore per definire la posizione e il tempo iniziali.

### 3.3 Elementi orbitali di AtmoCube

Per il satellite AtmoCube è prevista un'orbita circolare, con un'altezza pari a 600 chilometri e un'inclinazione di 60 gradi rispetto all'equatore. Di

conseguenza, tenendo conto del fatto che il raggio terrestre è di 6378.14 chilometri, avremo:

$$a = R_E + h = 6978.14 \text{ km}$$

$$e = 0^\circ$$

$$i = 60^\circ$$

Da questi tre elementi orbitali si possono ricavare immediatamente il periodo orbitale  $P$  e la velocità  $v$  con cui si muove il satellite:

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 5801.231 \text{ s} = 1.61146 \text{ h}$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 7.55786 \text{ km/s}$$

dove  $\mu$  è una costante che descrive il campo gravitazionale terrestre, data da:

$$\mu = GM = 3.986 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$$

Un possibile lanciatore potrebbe essere il razzo Dnepr-1. Si tratta del più potente missile nucleare balistico a disposizione dell'Unione Sovietica ai tempi della guerra fredda, classificato dalla NATO come SS-18 Satan e riconvertito a usi civili in seguito agli accordi USA-URSS sulla riduzione degli armamenti nucleari. Grazie alla piattaforma MPA (Multiple Payload Adapter) il veicolo di lancio è in grado di trasportare diversi micro e nano-satelliti in orbite circolari basse con altezza non superiore a 800 chilometri. Potendo ospitare tre o quattro interfacce P-POD, rende possibile il lancio contemporaneo di 9 o 12 satelliti CubeSat, permettendo un'ulteriore riduzione dei costi previsti per avere un satellite come AtmoCube in orbita.

La base di lancio più adatta al Dnepr-1 è quella di Baikonur, in Kazakistan, da cui storicamente sono partite le più importanti missioni dell'Unione Sovietica, fra cui quelle dei lanci dello Sputnik e della Vostok-1, con a bordo Juri Gagarin. La scelta della base di lancio è molto importante, perché va a influire anche sugli elementi orbitali e in particolare l'inclinazione dell'orbita iniziale non può essere minore della latitudine della base. Il Cosmodrome di Baikonur, avendo una latitudine di 45.6 gradi, è perfettamente compatibile con la richiesta di un'orbita con un'inclinazione di 60 gradi.

L'ascensione retta del nodo ascendente dipende dall'istante in cui viene effettuato il lancio. Per il satellite AtmoCube non vi sono particolari esigenze in questo senso, in quanto il satellite, trovandosi in orbita bassa, garantisce la copertura richiesta indipendentemente dall'orbita iniziale.

L'argomento del perigeo non può essere definito in quanto per AtmoCube è prevista un'orbita circolare e il punto di riferimento iniziale per calcolare la posizione del satellite sarà dato dal nodo ascendente.

### **3.4 Perturbazioni degli elementi orbitali**

#### **3.4.1 Introduzione**

Il problema dei due corpi descrive solamente un'approssimazione della realtà, in quanto vi sono delle forze che, causando piccole variazioni degli elementi orbitali di un satellite, lo perturbano spostandolo dalla sua orbita ideale. Se queste variazioni sono progressive nel tempo vengono dette secolari e se invece sono periodiche vengono dette a lungo o corto periodo a seconda se il loro periodo è maggiore o minore rispetto a quello orbitale.

La predizione della traiettoria seguita da un satellite perturbato risulta molto complessa e di solito viene eseguita con software opportuni detti propagatori i quali, partendo dalle condizioni iniziali, danno la posizione del satellite in ogni istante, tenendo conto anche di eventuali forze perturbatrici.

In particolare le due tecniche in uso sono quella delle perturbazioni speciali e quella delle perturbazioni generali. Nel primo caso si ha un'integrazione diretta delle equazioni del moto, una volta definite le accelerazioni indotte dalle forze di disturbo. Nel secondo invece vengono calcolati gli elementi orbitali istante per istante e poi a partire da questi si ottiene la traiettoria.

La difficoltà principale è dovuta al fatto che non sempre è possibile trovare un'espressione analitica per le variazioni degli elementi orbitali e si deve far uso di approssimazioni con l'uso di espansioni in serie. Questo tipo di approccio, pur essendo meno semplice da un punto di vista matematico, ha il vantaggio di permettere una maggiore comprensione di come le perturbazioni vanno a influire sugli elementi orbitali e quindi sulla geometria dell'orbita.

#### **3.4.2 Perturbazioni dovute a un terzo corpo**

La forza gravitazionale del Sole e della Luna causa variazioni periodiche di tutti gli elementi orbitali, ma solo l'ascensione retta del nodo ascendente, l'argomento del perigeo e l'anomalia media mostrano una variazione secolare causata da una precessione giroscopica dell'orbita attorno al polo dell'eclittica.

La variazione secolare dell'anomalia media è molto minore rispetto al movimento medio ed ha un effetto trascurabile, mentre al contrario non sono trascurabili le variazioni secolari dell'ascensione retta del nodo ascendente e dell'argomento del perigeo, specialmente per satelliti in orbita a quote elevate.

Per orbite quasi circolari, caratterizzate da un'eccentricità relativamente

piccola, è possibile usare delle espressioni semplificate che approssimano le variazioni secolari di queste grandezze:

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}_{Luna} &= -0.00338 \frac{\cos i}{n} \text{ gradi/giorno} \\ \dot{\Omega}_{Sole} &= -0.00154 \frac{\cos i}{n} \text{ gradi/giorno} \\ \dot{\omega}_{Luna} &= 0.00169 \frac{4 - 5 \sin^2 i}{n} \text{ gradi/giorno} \\ \dot{\omega}_{Sole} &= 0.00077 \frac{4 - 5 \sin^2 i}{n} \text{ gradi/giorno}\end{aligned}$$

dove  $i$  è l'inclinazione dell'orbita e  $n$  è il numero di rivoluzioni al giorno. Va detto che queste equazioni non tengono conto dell'orientazione del piano orbitale rispetto al piano dell'orbita lunare e rispetto a quello dell'eclittica, risultando dunque necessariamente approssimate.

Nel seguente grafico viene illustrato l'andamento della variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente in funzione dell'inclinazione, per una quota costante che viene fissata a 600 chilometri. Il contributo dovuto alla presenza della Luna è rappresentato dalla curva continua, mentre quello dovuto al Sole è dato da quella tratteggiata. Si può vedere come questo effetto di deriva sia massimo per orbite equatoriali e nullo per orbite polari.

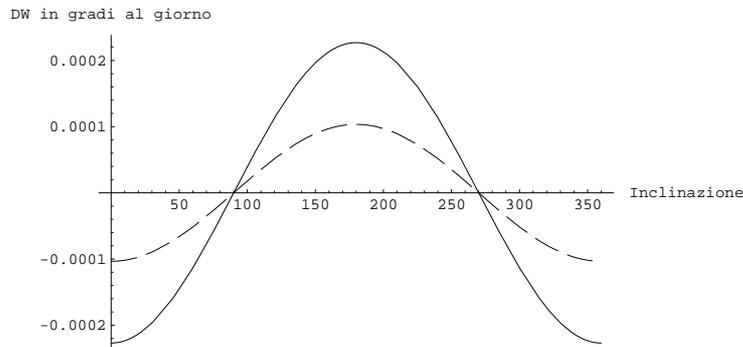


Figura 11: Variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente dovuta alla presenza del Sole e della Luna in funzione dell'inclinazione

Nel grafico successivo viene invece visualizzato l'andamento della stessa grandezza per orbite equatoriali, con inclinazione nulla e altezza variabile. Anche in questo caso il contributo dovuto alla Luna viene rappresentato

dalla curva continua e quello dovuto al Sole da quella tratteggiata. Si nota facilmente che per una certa inclinazione la variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente aumenta all'aumentare dell'altezza a cui si trova il satellite.

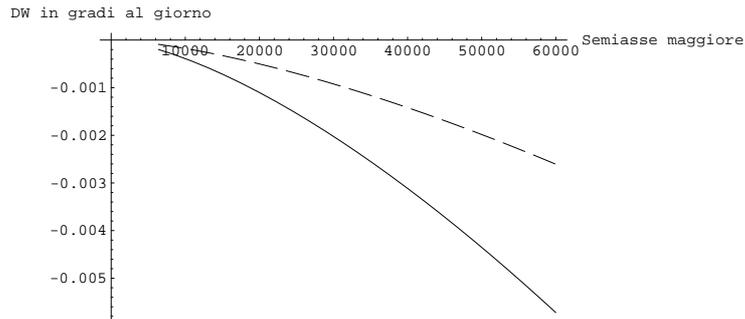


Figura 12: Variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente dovuta alla presenza del Sole e della Luna in funzione della quota

I seguenti grafici descrivono invece, con le stesse modalità, la variazione secolare dell'argomento del perigeo in funzione dell'inclinazione e della quota.

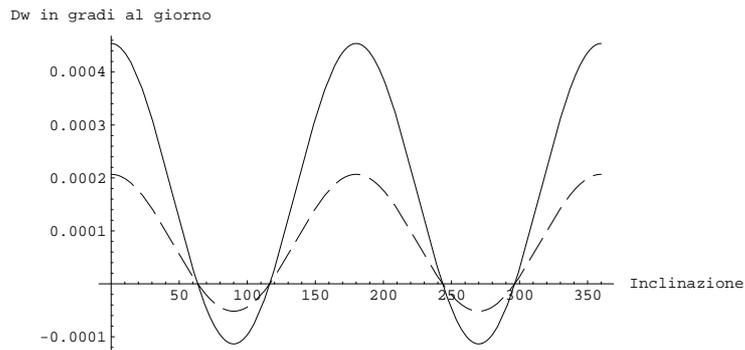


Figura 13: Variazione secolare dell'argomento del perigeo dovuta alla presenza del Sole e della Luna in funzione dell'inclinazione

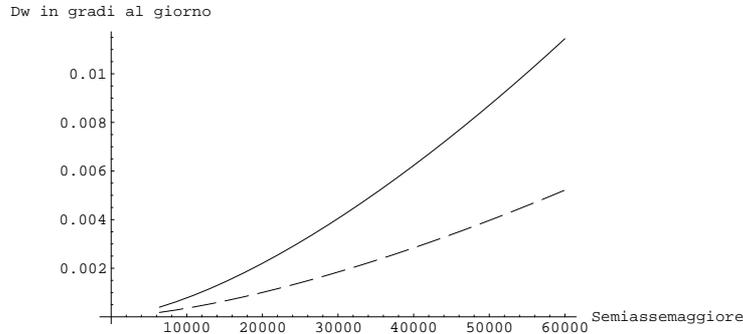


Figura 14: Variazione secolare dell'argomento del perigeo dovuta alla presenza del Sole e della Luna in funzione della quota

Dal primo si vede come la variazione sia massima per orbite equatoriali e come sia nulla per due angoli particolari pari a 63.4 gradi e 116.6 gradi. Dal secondo invece si può notare che anche in questo caso la deriva causata dal Sole e dalla Luna aumenta all'aumentare dell'altezza.

### 3.4.3 Perturbazioni dovute alla non sfericità della Terra

Nel risolvere il problema dei due corpi, la Terra viene considerata come un corpo in cui la distribuzione della massa ha simmetria sferica. In realtà il nostro pianeta si presenta leggermente schiacciato ai poli, con un rigonfiamento equatoriale e ha una forma vagamente a pera.

Per tenere conto di queste irregolarità viene di solito introdotta una funzione potenziale gravitazionale e l'accelerazione sarà data dal gradiente di questa funzione. Una delle forme più usate è la seguente:

$$\Phi = \frac{\mu}{r} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{R_E}{r} \right)^n P_n(\sin L) \right]$$

dove i  $P_n$  sono i polinomi di Legendre,  $L$  è la latitudine geocentrica e i  $J_n$  sono coefficienti adimensionali, di cui i primi tre sono:

$$J_2 = 0.00108263$$

$$J_3 = -0.00000254$$

$$J_4 = -0.00000161$$

Questa forma della funzione geopotenziale dipende dalla latitudine e ha quindi simmetria cilindrica rispetto all'asse terrestre. Per questo motivo i coefficienti  $J_n$  sono detti coefficienti zonali. Esistono espressioni più precise con termini settoriali e tesserali nell'espansione in serie. Con i termini settoriali la Terra viene divisa in settori in funzione della longitudine, con i termini tesserali invece si ha una divisione in caselle in funzione sia della longitudine che della latitudine.

Il potenziale generato dalla non sfericità della Terra causa variazioni periodiche in tutti gli elementi orbitali, ma l'effetto dominante è dato dalla variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente e dell'argomento del perigeo. Queste variazioni vengono approssimate dalle seguenti espressioni:

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -2.06474 \times 10^{14} a^{-3.5} \cos i (1 - e^2)^{-2} \text{ gradi/giorno}$$

$$\dot{\omega}_{J_2} = 1.03237 \times 10^{14} a^{-3.5} (4 - 5 \sin^2 i)(1 - e^2)^{-2} \text{ gradi/giorno}$$

I seguenti diagrammi mostrano le variazioni secolari dovute alla non sfericità della Terra per l'ascensione retta del nodo ascendente e per l'argomento del perigeo in funzione dell'inclinazione e si nota come l'andamento sia del tutto simile a quello già visto nel paragrafo precedente.

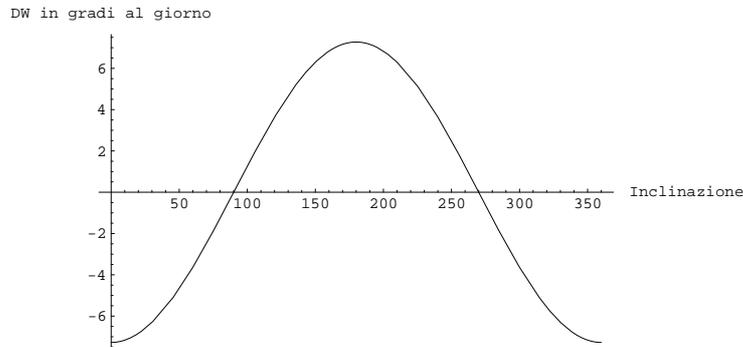


Figura 15: Variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente dovuta alla non sfericità della Terra in funzione dell'inclinazione

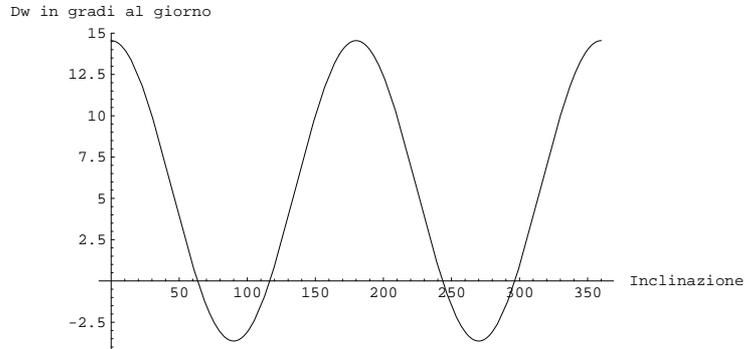


Figura 16: Variazione secolare dell'argomento del perigeo dovuta alla non sfericit  della Terra in funzione dell'inclinazione

L'andamento di queste variazioni in funzione dell'altezza   invece diverso da quanto visto in precedenza, poich  si ha una diminuzione dell'entit  della deriva all'aumentare della quota, come si pu  vedere nelle prossime due figure.

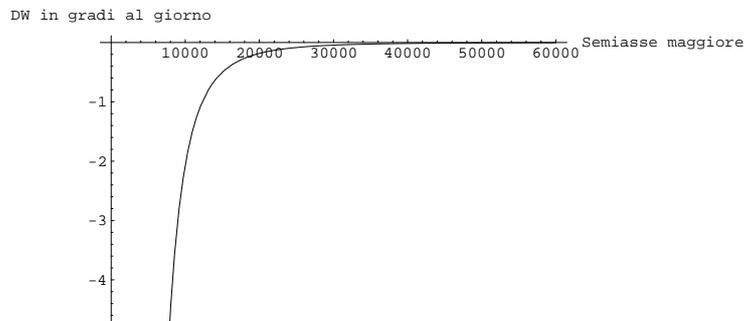


Figura 17: Variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente dovuta alla non sfericit  della Terra in funzione della quota

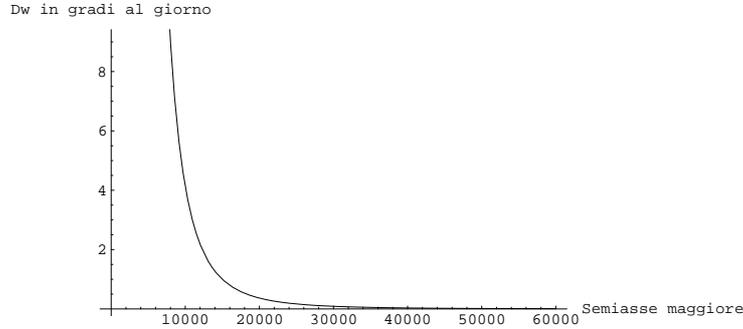


Figura 18: Variazione secolare dell'argomento del perigeo dovuta alla non sfericit  della Terra in funzione della quota

### 3.4.4 Perturbazioni per Atmocube

Per valutare le variazioni della posizione del nodo ascendente e del perigeo del satellite atmocube   importante confrontare i contributi dovuti alla non sfericit  della Terra e alla presenza del Sole e della Luna. Nei diagrammi alla pagina seguente viene illustrata l'entit  delle variazioni causate dai vari contributi. In particolare la deriva causata dalla non sfericit  della Terra viene illustrata dalla curva punteggiata, mentre quelle causate dalla Luna e dal Sole vengono illustrate rispettivamente da quella continua e da quella tratteggiata.

Si vede come in entrambi i casi il contributo dovuto alla non sfericit  della Terra sia dominante nel caso di orbite basse e come questo diventi sempre meno importante all'aumentare della quota. Nel caso di Atmocube questo contributo risulta molto maggiore rispetto a quello dovuto al Sole e alla Luna, che in pratica   trascurabile.

Da un punto di vista numerico, l'altezza di 600 chilometri e l'inclinazione di 60 gradi portano ai seguenti valori per la variazione giornaliera della posizione del nodo ascendente per il satellite AtmoCube:

$$n = 14.852 \text{ orbite/giorno}$$

$$\dot{\Omega}_{Luna} = -1.13789 \times 10^{-4} \text{ gradi/giorno}$$

$$\dot{\Omega}_{Sole} = -0.51845 \times 10^{-4} \text{ gradi/giorno}$$

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -3.63703 \text{ gradi/giorno}$$

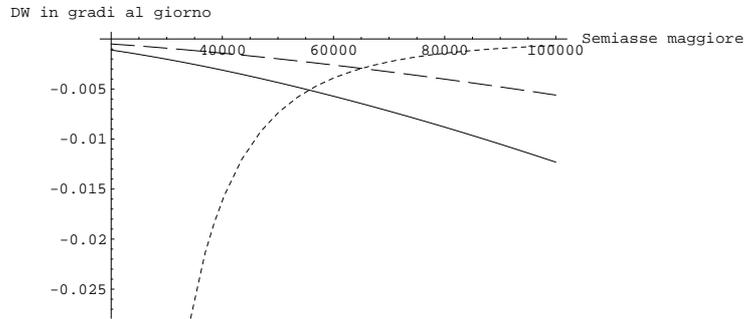


Figura 19: Confronto dei contributi alla variazione secolare dell'ascensione retta del nodo ascendente

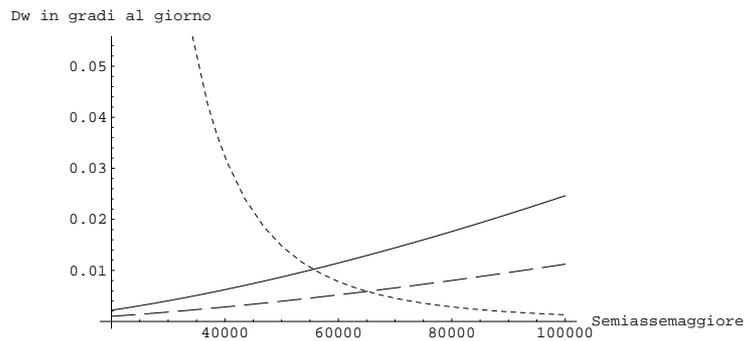


Figura 20: Confronto dei contributi alla variazione secolare dell'argomento del perigeo

Non sono stati calcolati i valori per la variazione dell'argomento del perigeo, in quanto per orbite circolari questa grandezza non può essere definita e come punto di riferimento viene preso, come già detto in precedenza, il nodo ascendente.

Dai dati numerici si vede inoltre come effettivamente il contributo dominante sia quello dovuto alla non sfericità della Terra. In ogni caso la deriva del nodo ascendente non andrà ad influire sui risultati scientifici della missione in quanto la gran quantità di orbite percorse garantirà comunque un

campionamento spaziale adeguato delle grandezze da misurare, indipendentemente dalle piccole variazioni che caratterizzano ogni singola rivoluzione dello strumento attorno alla Terra.

### 3.4.5 Perturbazioni dovute all'attrito atmosferico

La principale forza non gravitazionale che agisce su un satellite in orbita bassa è l'attrito atmosferico, detto anche comunemente drag atmosferico. Questa forza è orientata nel verso opposto rispetto al vettore velocità e causa una perdita di energia che si traduce in un restringimento dell'orbita. Col passare del tempo il satellite si abbassa sempre più e alla fine viene distrutto dal riscaldamento provocato dall'attrito con gli strati più bassi dell'atmosfera. L'accelerazione dovuta al drag atmosferico è data dalla seguente equazione:

$$a_D = -\frac{1}{2}\rho \left( \frac{C_D A}{m} \right) v^2 \quad m/s^2$$

dove  $\rho$  è la densità atmosferica,  $A$  la sezione d'urto del satellite,  $m$  la sua massa,  $v$  la sua velocità e  $C_D$  il coefficiente di drag. Il termine definito da  $m/(C_D A)$  viene chiamato coefficiente balistico e ha in genere un valore costante anche se, per satelliti di forma particolare, può variare anche di un fattore dieci a seconda dell'orientazione.

Le perturbazioni degli elementi orbitali causate dal drag atmosferico vengono espresse in genere come variazioni per periodo orbitale e per orbite quasi circolari vengono date da semplici equazioni:

$$\Delta a_{rev} = -2\pi \left( \frac{C_D A}{m} \right) \rho a^2 \quad m/orbita$$

$$\Delta P_{rev} = -6\pi^2 \left( \frac{C_D A}{m} \right) \frac{\rho a^2}{v} \quad s/orbita$$

$$\Delta v_{rev} = \pi \left( \frac{C_D A}{m} \right) \rho a v \quad m/s/orbita$$

$$\Delta e_{rev} = 0$$

Nel caso in cui il satellite non sia fornito di un sistema di propulsione adatto al mantenimento dell'orbita l'attrito atmosferico, causando un progressivo abbassamento, limita la durata della missione. Una stima approssimata per la lunghezza della vita di un satellite è data dalla seguente formula:

$$L \approx -\frac{H}{\Delta a_{rev}} \quad orbite$$

dove  $H$  è l'altezza di scala per l'atmosfera, alla quota in cui si trova il satellite, espressa in metri. Una stima migliore può essere ottenuta integrando l'equazione per  $\Delta a$  nel tempo, tenendo conto delle variazioni della densità atmosferica in funzione dell'altezza e dei diversi livelli di attività solare.

### 3.4.6 Attrito atmosferico e durata della missione Atmocube

Per il satellite AtmoCube è prevista una quota iniziale di 600 chilometri e nel corso della missione, a causa dell'attrito atmosferico, lo strumento è destinato ad abbassarsi sempre più fino al suo rientro e alla sua distruzione. Per quanto riguarda la strumentazione scientifica, si prevede una durata di cinque anni e risulta quindi importante verificare che la lunghezza della missione consentita dal drag atmosferico non sia inferiore a quella richiesta per la raccolta dei dati scientifici.

Le formule viste al paragrafo precedente sono approssimate in quanto non tengono conto del fatto che la densità atmosferica dipende fortemente dal livello di attività solare. Per una stima iniziale basterà usare i valori della densità previsti per una quota di 600 chilometri con un livello minimo, massimo e medio di attività solare. L'altezza di scala per l'atmosfera, sempre a 600 chilometri di quota, è di 7480 metri mentre per il coefficiente di drag  $C_D$  viene preso un valore tipico pari a 2.2.

Inoltre, poichè una faccia di Atmocube si troverà sempre orientata verso la direzione del moto, la sezione d'urto sarà costantemente pari all'area della faccia stessa e questo semplifica parecchio i calcoli da effettuare. I valori ottenuti si trovano nella tabella seguente.

Attività Solare	Minima	Media	Massima
$\rho$ ( $kg/m^3$ )	$1.68 \times 10^{-14}$	$1.04 \times 10^{-13}$	$4.89 \times 10^{-13}$
$a_D$ ( $m/s^2$ )	$-1.0556 \times 10^{-8}$	$-6.53467 \times 10^{-8}$	$-3.07255 \times 10^{-7}$
$\Delta a_{rev}$ ( $m$ )	-0.113081	-0.700028	-3.29148
$\Delta P_{rev}$ ( $s$ )	$1.41014 \times 10^{-4}$	$8.72946 \times 10^{-4}$	$4.10453 \times 10^{-3}$
$\Delta v_{rev}$ ( $m/s$ )	$6.12379 \times 10^{-5}$	$3.79092 \times 10^{-4}$	$1.78246 \times 10^{-3}$
<i>Vita</i> ( <i>anni</i> )	121.598	19.6428	4.17761

Le variazioni riportate per il semiasse maggiore, il periodo e la velocità vengono riferite a una singola orbita. Va detto inoltre che i valori ottenuti sono puramente indicativi, in quanto l'attività solare ha un andamento ciclico con periodo pari a undici anni e che non ha molto senso considerarla costantemente al massimo o al minimo.

In quest'ottica si può dire che anche se per assurdo un massimo solare dovesse prolungarsi, comunque la vita stimata per il satellite sarebbe di quasi cinque anni e questo basta per dire che la richiesta di una vita attiva di cinque anni per lo strumento è pienamente soddisfatta. Una stima migliore può essere ottenuta con dei software opportuni e nel nostro caso, usando il programma Satellite Tool Kit (STK), è stato ottenuto un valore di 15.3 anni, abbastanza simile a quello trovato con le formule approssimate per un livello medio di attività solare, come era logico aspettarsi.

I valori per la densità atmosferica usati per questo tipo di calcoli vengono da modelli o da misure non molto accurate e uno dei risultati scientifici attesi da Atmocube è proprio una sua più accurata misura. In pratica, grazie al GPS, verranno misurate in tempo reale la posizione e la velocità del satellite e sarà possibile valutare le variazioni degli elementi orbitali causate dall'atmosfera residua. Da queste, usando le formule inverse di quelle appena viste, verrà ottenuta una stima della densità atmosferica.

### 3.4.7 Perturbazioni dovute alla pressione di radiazione

La pressione di radiazione causa variazioni periodiche di tutti gli elementi orbitali e l'accelerazione ad essa dovuta è data dall'espressione seguente:

$$a_R = -4.5 \times 10^{-6} (1 + r) \frac{A}{m} \text{ m/s}^2$$

dove  $A$  è l'area proiettata,  $m$  la massa in chilogrammi e  $r$  il coefficiente di riflessione, con  $0 \leq r \leq 1$ . Nel caso del satellite Atmocube il coefficiente di riflessione è pari a 0.4 e di conseguenza l'accelerazione è:

$$a_R = -6.300 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$$

In ogni caso l'accelerazione dovuta alla pressione di radiazione ha poca importanza nello studio degli elementi orbitali, in quanto causa variazioni periodiche e non secolari, che sul lungo periodo hanno contribuito medio nullo.

## 4 Periodi di eclisse

### 4.1 Introduzione

Un satellite artificiale in orbita terrestre può attraversare il cono d'ombra proiettato dalla Terra in direzione opposta al Sole e rimanere al buio per un certo periodo di tempo. Lo studio dei periodi di eclisse previsti è di fondamentale importanza in quanto la loro durata va ad influire moltissimo sulla progettazione dei sistemi termico e di potenza.

Per valutare la durata dei periodi in cui un satellite non viene illuminato dal Sole conviene scegliere un sistema local horizontal, centrato sul satellite stesso, con l'asse Z rivolto verso il polo dell'orbita e l'asse X costantemente rivolto verso il nadir, cioè verso il centro della Terra. Dal punto di vista del satellite il nostro pianeta è un cerchio di raggio angolare  $\rho$ , mentre risulta osservabile una zona circolare di raggio angolare  $\lambda_0$  della sua superficie. Le grandezze in gioco vengono rappresentate nella figura seguente, dove con  $D$  viene indicata la distanza fra il satellite e il limite della regione osservabile.

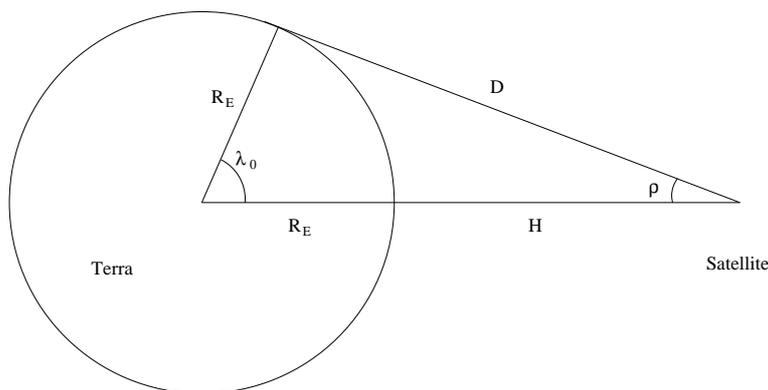


Figura 21: Geometria della Terra vista dal satellite

In particolare, una volta stabilita la quota per il satellite, le altre grandezze sono date da semplici formule trigonometriche:

$$\sin \rho = \cos \lambda_0 = \frac{R_E}{R_E + H}$$

$$D = R_E \tan \lambda_0$$

Nel sistema di riferimento considerato il satellite si trova al centro della sfera celeste e la Terra risulta essere limitata da una circonferenza minore

di raggio angolare  $\rho$ . La posizione del nostro pianeta risulta inoltre fissa, in quanto l'asse X è costantemente rivolto verso il nadir e perciò il sistema di riferimento local horizontal considerato compie una rotazione completa rispetto allo spazio inerziale, in corrispondenza di ogni rivoluzione compiuta dal satellite. Di conseguenza, ogni oggetto immobile nello spazio inerziale ruota attorno all'asse Z, descrivendo sulla sfera celeste una circonferenza minore parallela al piano dell'orbita.

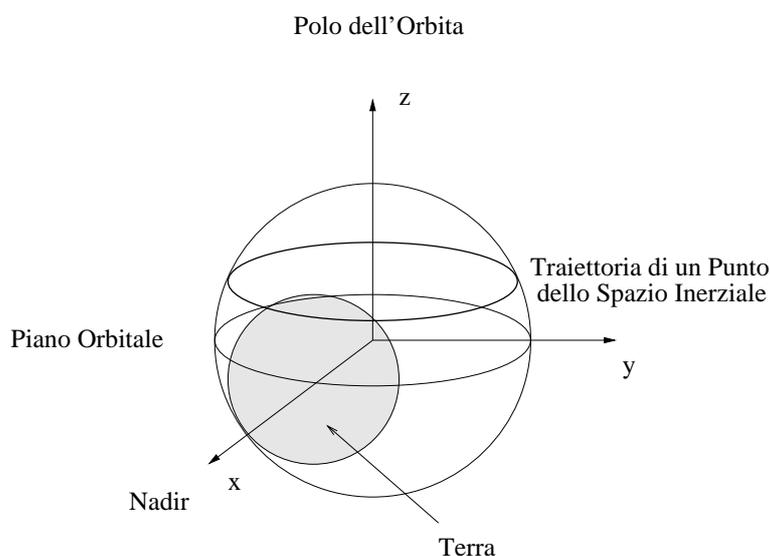


Figura 22: Posizione della Terra nel Sistema Local Horizontal

Il Sole, durante una singola orbita, può essere considerato solidale con lo spazio inerziale e di conseguenza descrive una circonferenza minore parallela al piano orbitale. Si ha un'eclisse quando il Sole passa dietro alla Terra e la durata è data dalla frazione della circonferenza descritta che si trova in corrispondenza del disco entro il quale il nostro pianeta è visto dal satellite.

Questo implica che la durata dell'eclisse dipende dalla distanza angolare  $\beta_S$  fra il Sole e l'equatore del sistema di riferimento. Il Sole però si sposta lungo l'eclittica durante l'anno e si allontana dall'equatore celeste di un angolo massimo pari a circa 23 gradi. A sua volta l'equatore celeste è inclinato di un angolo  $i$  rispetto al piano orbitale del satellite e di conseguenza il valore di  $\beta_S$  può variare nel modo seguente:

$$-23^\circ - i \leq \beta_S \leq 23^\circ + i$$

L'eclisse ha durata massima quando il Sole si trova sul piano dell'orbita, cioè quando  $\beta_S = 0$ , e diminuisce all'aumentare di  $\beta_S$ . Se questo angolo risulta maggiore delle dimensioni angolari della Terra vista dal satellite, ossia se  $\beta_S > \rho$ , l'eclisse non avviene. Volendo esprimere la durata delle eclissi in funzione dell'angolo  $\beta_S$  si possono applicare le formule della trigonometria al triangolo sferico evidenziato nella figura seguente.

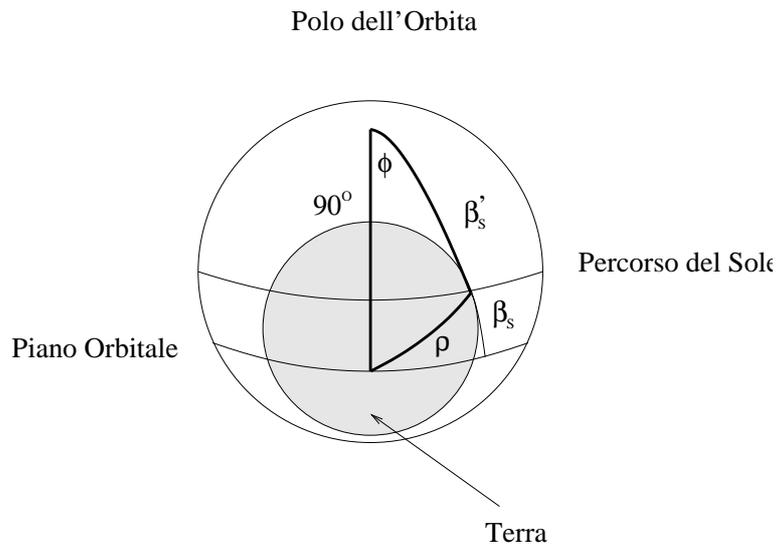


Figura 23: Geometria delle eclissi sulla sfera celeste

L'angolo  $\beta'_S$  è dato da  $\beta'_S = \beta_S - 90^\circ$ , mentre  $\Phi$  rappresenta l'angolo percorso dal Sole durante mezza eclisse ed è dato da:

$$\cos \rho = \cos 90^\circ \cos \beta'_S + \sin 90^\circ \sin \beta'_S \cos \Phi$$

$$\cos \rho = \sin \beta'_S \cos \Phi$$

$$\cos \Phi = \frac{\cos \rho}{\sin \beta'_S} = \frac{\cos \rho}{\cos \beta_S}$$

La durata dell'eclisse è data infine da:

$$T_E = P \left( \frac{2\Phi}{360} \right)$$

dove P è il periodo orbitale del satellite.

## 4.2 Periodi di eclisse per AtmoCube

Il calcolo dei tempi di eclisse previsti per Atmocube è molto importante per la progettazione dei sistemi termico e di potenza. In particolare la durata dei periodi in cui il satellite si trova al sole o al buio vanno ad influire sulla potenza fornita dai pannelli solari e sul dimensionamento delle batterie che devono fornire l'energia durante le eclissi. I tempi di esposizione alla radiazione solare vanno ad influire anche sulla temperatura del sistema e quindi per prolungati tempi di isolazione potrebbero esserci problemi di surriscaldamento per alcune componenti di AtmoCube.

Per valutare se l'energia fornita dai pannelli solari consentirà lo svolgimento della missione e per dimensionare le batterie viene considerata la condizione più sfavorevole, cioè un'orbita con il maggior periodo di eclisse e con la minore esposizione alla luce solare. In questo caso basterà applicare le formule viste al paragrafo precedente, considerando l'angolo  $\beta_S$  pari a zero, per ottenere i risultati seguenti:

$$\rho = 66.0665^\circ$$

$$\lambda_0 = 23.9335^\circ$$

$$\Phi = 66.0665^\circ$$

$$P = 5801.231 \text{ s}$$

$$T_E = 2129.27 \text{ s}$$

$$T_L = 3671.97 \text{ s}$$

Ricordiamo che  $P$  è il periodo di rivoluzione per AtmoCube, mentre  $T_L$ , dato da  $T_L = P - T_E$ , è il tempo durante l'orbita in cui il satellite si trova esposto alla radiazione solare.

Un'analisi più approfondita richiede l'uso di un software che sia in grado di creare delle serie di dati contenenti i tempi iniziali e le durate delle eclissi per un periodo abbastanza lungo. Nel nostro caso è stato utilizzato il programma STK per ottenere dati riferiti a un periodo di un anno, a partire dal 21 marzo 2004, in modo da tenere conto di tutte le configurazioni possibili.

I grafici nella pagina seguente mostrano l'andamento dei periodi di eclisse previsti per AtmoCube in due situazioni particolari, con l'ascensione retta del nodo ascendente  $\Omega$  pari a 0 e 180 gradi. Si può notare che in entrambi i casi si ha un andamento sinusoidale dovuto allo spostamento annuale del Sole lungo l'eclittica e che i tempi massimi sono uguali e pari a circa 2110 secondi.

Questo valore è leggermente inferiore a quello ottenuto con le formule viste in precedenza in quanto il Sole veniva considerato puntiforme, mentre in realtà ha un diametro angolare apparente di circa mezzo grado. Il programma infatti valuta anche i tempi di penombra, in cui il Sole è nascosto

solo parzialmente dal disco della Terra, stimandoli pari a una decina di secondi e si vede che, sommando questi intervalli di tempo a quelli in cui il satellite si trova al buio completo, si ritrova il valore trovato in precedenza.

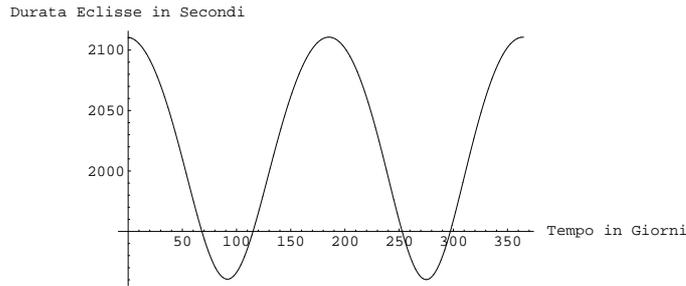


Figura 24: Andamento dei tempi di eclisse durante un anno per  $\Omega = 0^\circ$

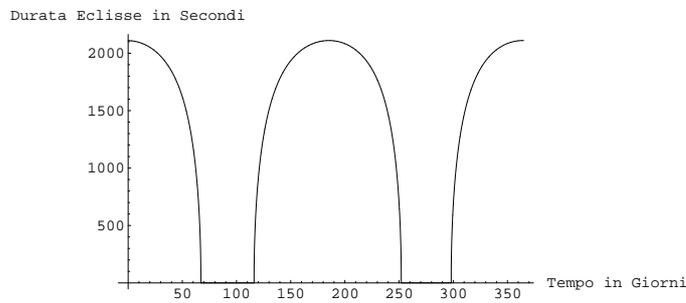


Figura 25: Andamento dei tempi di eclisse durante un anno per  $\Omega = 180^\circ$

Dai grafici si vede inoltre che anche se i valori massimi sono uguali l'andamento generale cambia moltissimo in quanto nel primo caso, con  $\Omega = 0^\circ$ , per ogni orbita si ha un'eclisse, mentre nel secondo, con  $\Omega = 180^\circ$ , si hanno due periodi lunghi più di un mese in cui il satellite è costantemente illuminato dal Sole. I casi considerati sono però solo i due estremi per l'andamento dei tempi di eclisse durante un anno e al variare di  $\Omega$  si avranno tutti gli andamenti intermedi.

In realtà il discorso si complica ulteriormente, in quanto finora non è stata considerata la variazione dell'ascensione retta del nodo ascendente dovuta alla non sfericità della Terra, che risulta essere di circa tre gradi al giorno. Anche se piccola, questa variazione non è trascurabile, in quanto nel corso di un anno il nodo ascendente compie tre rotazioni complete rispetto al punto d'Ariete. Di conseguenza durante l'intervallo di tempo considerato si passa più volte fra i due casi estremi già analizzati e quindi, indipendentemente dal valore iniziale di  $\Omega$ , vi saranno sicuramente dei periodi di una decina di giorni in cui AtmoCube sarà continuamente esposto alla luce solare, come si può vedere nel seguente grafico.

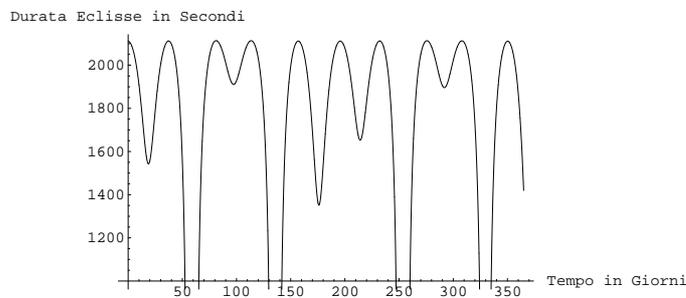


Figura 26: Andamento reale dei tempi di eclisse durante un anno

In definitiva, nel progettare i sistemi termico e di potenza, i dati più rilevanti da tenere in considerazione saranno la durata massima prevista dell'eclisse, pari a circa 2100 secondi e il fatto che il satellite, destinato a rimanere illuminato per diversi giorni, potrebbe andare incontro a problemi di surriscaldamento di alcune sue parti.

## 5 Visibilità della Stazione a Terra

### 5.1 Geometria della Terra vista dallo spazio

Per definire la posizione di un punto sulla superficie terrestre conviene usare un sistema di riferimento geocentrico, in cui il piano di riferimento è l'equatore e le coordinate sono la latitudine e la longitudine. In particolare risulta utile trovare delle relazioni fra il punto  $GS$  che rappresenta la posizione della stazione a terra e il punto  $SSP$  che si trova esattamente sotto al satellite.

Partendo dalle coordinate dei punti  $SSP(L_S, \delta_S)$  e  $GS(L_{GS}, \delta_{GS})$ , si può definire la differenza in longitudine  $\Delta L$  data da  $\Delta L = |L_S - L_{GS}|$ , per poi trovare l'azimut  $Az$  misurato verso est da nord e la distanza angolare  $\lambda$  del punto  $GS$  rispetto a  $SSP$ , applicando le regole della trigonometria al triangolo sferico evidenziato nella seguente figura.

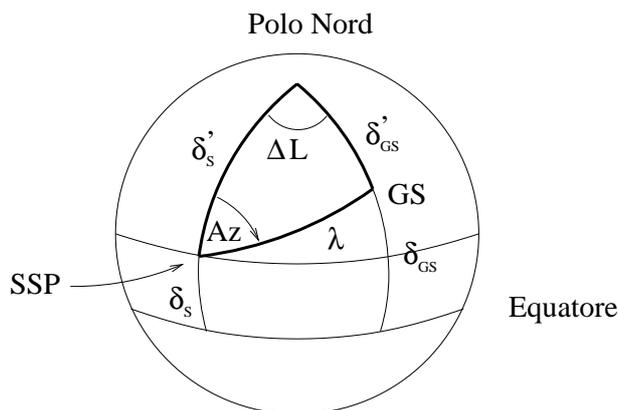


Figura 27: Relazioni geometriche fra i punti  $SSP$  e  $GS$

Le espressioni per  $\lambda$  e  $Az$  che si ottengono in questo modo sono:

$$\cos \lambda = \cos \delta'_S \cos \delta'_{GS} + \sin \delta'_S \sin \delta'_{GS} \cos \delta L$$

$$\cos \lambda = \sin \delta_S \sin \delta_{GS} + \cos \delta_S \cos \delta_{GS} \cos \delta L$$

$$\cos \delta'_{GS} = \cos \lambda \cos \delta'_S + \sin \lambda \sin \delta'_S \cos Az$$

$$\cos Az = \frac{\sin \delta_{GS} - \cos \lambda \sin \delta_S}{\sin \lambda \cos \delta_S}$$

Va notato che l'azimut così definito non dipende dalla quota e di conseguenza è lo stesso sia per il punto  $SSP$  che per il punto in cui si trova

effettivamente il satellite. Per studiare la visibilità di uno strumento da parte di una stazione a terra è quindi possibile ragionare solo in funzione della distanza angolare fra i punti SSP e GS, e le grandezze in gioco possono essere rappresentate in modo abbastanza semplice.

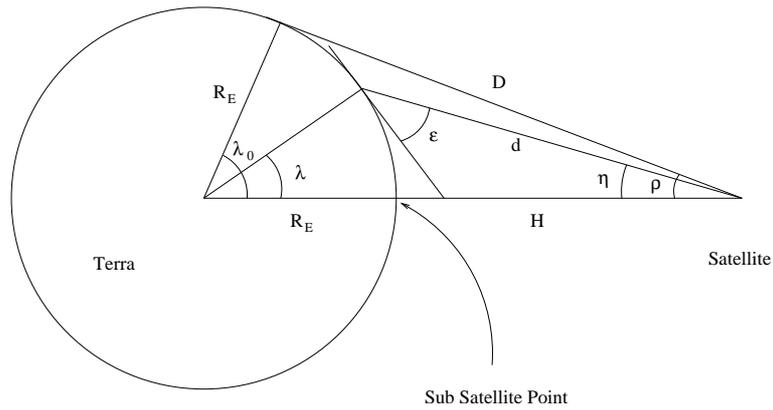


Figura 28: Geometria della Terra vista dallo spazio

Pertendo da  $\lambda$  si trova facilmente l'angolo  $\eta$  e poi da questo si ottiene  $\epsilon$ , che è l'altezza angolare del satellite dall'orizzonte della stazione a terra. Si può valutare anche la distanza istantanea  $d$  dello strumento dalla ground station e le espressioni usate per calcolare queste grandezze sono le seguenti:

$$\sin \rho = \cos \lambda_0 = \frac{R_E}{R_E + H}$$

$$\tan \eta = \frac{\sin \rho \sin \lambda}{1 - \sin \rho \cos \lambda}$$

$$\cos \epsilon = \frac{\sin \eta}{\sin \rho}$$

$$\eta + \lambda + \epsilon = 90^\circ$$

$$d = R_E \frac{\sin \lambda}{\sin \eta}$$

## 5.2 Moto apparente di un satellite per un osservatore a terra

Nel paragrafo precedente abbiamo introdotto il concetto di sub satellite point per descrivere la posizione di un satellite rispetto alla superficie terrestre. Il suo movimento invece viene di solito rappresentato dalla traccia a terra, detta anche ground track, che in pratica è la traiettoria seguita dal punto SSP man mano che il satellite si muove lungo la sua orbita.

Abbiamo visto che uno strumento nello spazio risulta osservabile da una ground station se i punti SSP e GS sono sufficientemente vicini e questo equivale a dire che si ha un periodo di visibilità ogni qualvolta la traccia si trova nelle vicinanze della stazione a terra. Nella figura più in basso viene descritta la tipica geometria di un periodo di visibilità per un satellite in orbita bassa.

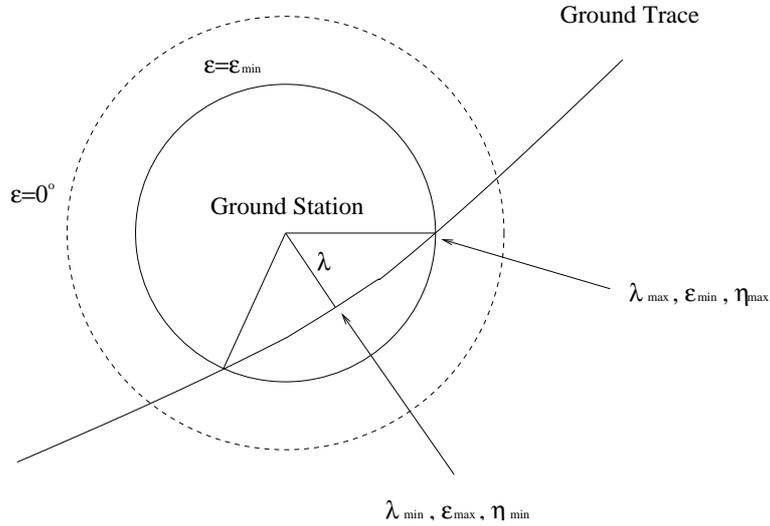


Figura 29: Geometria di un periodo di visibilità

Il cerchio attorno alla ground station rappresenta i punti per cui lo strumento ha un'elevazione minima  $\epsilon_{min}$  tale da rendere possibili le telecomunicazioni. Una volta stabilito il valore di  $\epsilon_{min}$ , è possibile trovare i corrispondenti valori  $\lambda_{max}$ ,  $\eta_{max}$  e  $d_{max}$  usando le formule appena viste:

$$\sin \eta_{max} = \sin \rho \cos \epsilon_{min}$$

$$\lambda_{max} = 90^\circ - \epsilon_{min} - \eta_{max}$$

$$d_{max} = R_E \frac{\sin \lambda_{max}}{\sin \eta_{max}}$$

Il cerchio di raggio  $\lambda_{max}$ , corrispondente a  $\epsilon = \epsilon_{min}$  viene detto orizzonte effettivo, per non confonderlo con l'orizzonte geometrico di raggio  $\lambda_0$ , corrispondente a  $\epsilon = 0$ . Quando il satellite si trova entro l'orizzonte effettivo sono dunque possibili le comunicazioni con la base a terra. La durata  $T$  del collegamento e il massimo angolo di elevazione  $\epsilon_{max}$  raggiunto dipendono dalla distanza  $\lambda_{min}$  fra la ground station e la traccia corrispondente al passaggio in questione.

La posizione dell'orbita di un satellite rispetto alla superficie terrestre viene definita dall'inclinazione rispetto all'equatore e dalla longitudine del nodo ascendente. In realtà l'orbita rimane ferma nello spazio inerziale, mentre al contrario la Terra ruota su se stessa, causando un continuo spostamento della posizione del nodo ascendente e del polo dell'orbita rispetto ad essa. Di conseguenza per ogni passaggio, supponendo trascurabile la rotazione terrestre per periodi di alcuni minuti, vengono definite le posizioni istantanee di questi due punti, e in base ad esse viene calcolata la traccia a terra.

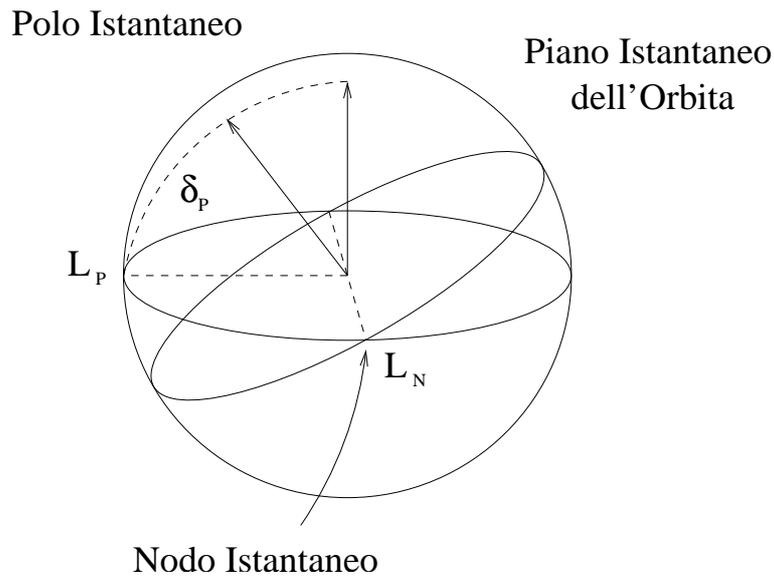


Figura 30: Orbita istantanea di un satellite

Dalla figura si vede facilmente che le coordinate del polo istantaneo dell'orbita sono date da:

$$\delta_P = 90^\circ - i$$

$$L_P = L_N - 90^\circ$$

Tenendo conto del fatto che  $\lambda_{min}$  è dato da 90 gradi meno la distanza angolare fra il polo istantaneo e la ground station, si può applicare la trigonometria sferica al triangolo evidenziato nella figura seguente.

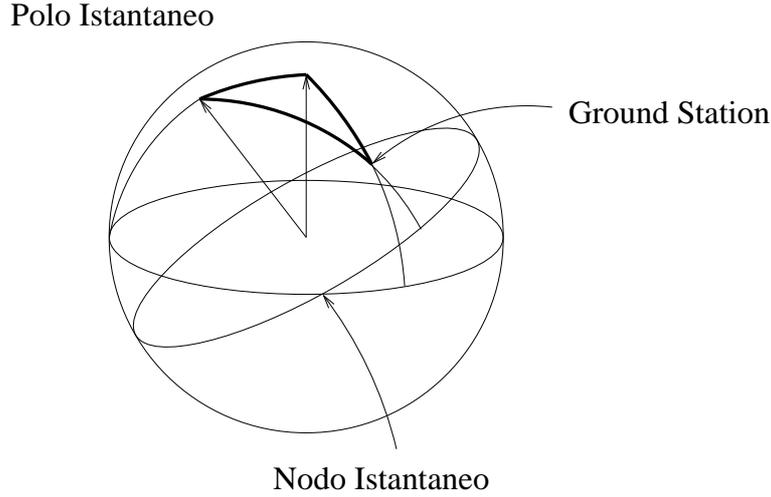


Figura 31: Posizione dell'orbita istantanea rispetto a una stazione a terra

Partendo dalle coordinate del polo dell'orbita ( $\delta_P, L_P$ ) e della ground station ( $\delta_{GS}, L_{GS}$ ) si ha quindi:

$$\sin \lambda_{min} = \sin \delta_{GS} \sin \delta_P + \cos \delta_{GS} \cos \delta_P \cos \Delta L$$

dove  $\delta L$  è la differenza di longitudine fra la stazione a terra e il polo istantaneo dell'orbita. Una volta nota la distanza angolare minima  $\lambda_{min}$  fra la ground station e la traccia a terra, si trovano le corrispondenti grandezze  $\eta_{min}$ ,  $\epsilon_{max}$  e  $d_{min}$  usando le formule viste in precedenza:

$$\tan \eta_{min} = \frac{\sin \rho \sin \lambda_{min}}{1 - \sin \rho \cos \lambda_{min}}$$

$$\epsilon_{max} = 90^\circ - \lambda_{min} - \eta_{min}$$

$$d_{min} = R_E \frac{\sin \lambda_{min}}{\sin \eta_{min}}$$

L'ampiezza in azimut  $2\Phi$  e la durata  $T$  del contatto fra il satellite e la stazione a terra vengono ottenute applicando ancora una volta la trigonometria al triangolo sferico illustrato nella seguente figura.

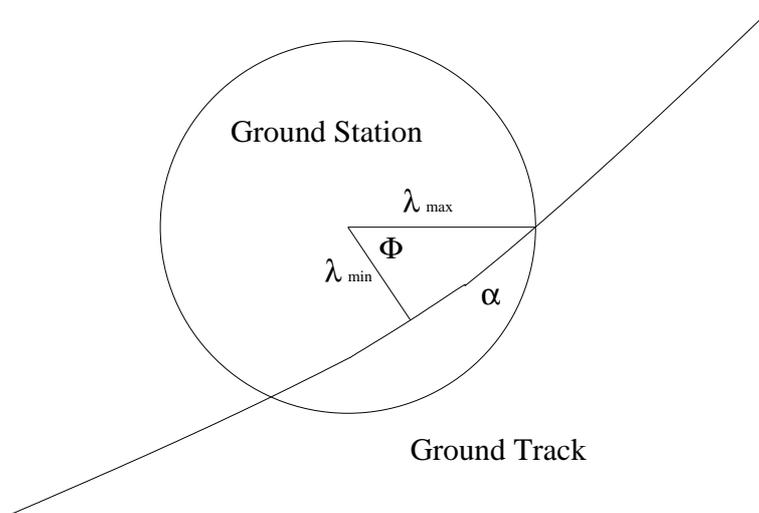


Figura 32: Ampiezza in azimuth e durata di un passaggio

Le espressioni trovate per gli angoli  $\Phi$  e  $\alpha$  sono:

$$\cos \Phi = \frac{\tan \lambda_{min}}{\tan \lambda_{max}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos \lambda_{max}}{\cos \lambda_{min}}$$

da cui si ricava la durata  $T$  del passaggio, data da:

$$T = \left( \frac{P}{180} \right) \arccos \left( \frac{\cos \lambda_{max}}{\cos \lambda_{min}} \right)$$

Si ha il maggior tempo di visibilità quando il satellite passa esattamente sopra la stazione a terra, cioè quando  $\lambda_{min} = 0$ . L'espressione per la durata massima è quindi:

$$T_{max} = \frac{P}{180} \lambda_{max}$$

### 5.3 Visibilità di una stazione a terra per AtmoCube

La durata dei periodi di visibilità di un satellite da parte di una stazione a terra è importante in quanto stabilisce la quantità di dati che lo strumento può inviare ad ogni passaggio. Inoltre, il fatto che per la maggior parte del tempo il satellite non può comunicare con la sua ground station, impone l'uso di una memoria a bordo per immagazzinare i dati da trasmettere durante questi periodi. Risulta dunque fondamentale stimare anche la lunghezza degli intervalli fra i vari passaggi e in particolare la durata massima prevista servirà a dimensionare la memoria.

Usando le formule viste in precedenza si può stimare semplicemente il tempo massimo per la durata di un passaggio. Tenendo conto che l'altezza minima dall'orizzonte  $\epsilon_{min}$  affinché siano possibili le telecomunicazioni è di 20 gradi, si ha:

$$\eta_{max} = 59.1928^\circ$$

$$\lambda_{max} = 10.8072^\circ$$

$$d_{max} = 1392.41 \text{ km}$$

$$T_{max} = 348.307 \text{ s}$$

Ancora una volta un'analisi più approfondita richiede l'uso di un software in grado di simulare i periodi di visibilità per un periodo più lungo in modo da poter avere un approccio statistico al problema. In particolare, l'uso del programma STK ha permesso di avere una serie di dati riferita a un periodo di un anno, con con le durate, gli istanti iniziali e quelli finali dei vari periodi di visibilità.

Risulta quindi possibile valutare la distribuzione temporale dei passaggi e per semplicità sono stati considerati solo quelli riferiti a una settimana, in modo da evidenziare come questi presentino un andamento abbastanza regolare al passare dei giorni.

Abbiamo già detto in precedenza che l'orbita di un satellite come AtmoCube rimane fissa nello spazio inerziale se trascuriamo le perturbazioni dovute alla non sfericità della Terra. Questa però ruota su se stessa e di conseguenza ad ogni rivoluzione la traccia a terra sarà spostata verso ovest rispetto a quella precedente.

In particolare la posizione del nodo ascendente si sposta lungo l'equatore compiendo un giro completo in un giorno siderale e quindi per ogni rivoluzione si ha uno spostamento verso ovest di questo punto pari a 24.172 gradi e in un giorno vengono compiute 14.852 orbite. In pratica un satellite posto a 600 chilometri di quota si ripresenta più o meno nella stessa configurazione dopo aver compiuto quindici rivoluzioni con un ritardo di una decina di minuti rispetto al giorno precedente.

L'andamento temporale con periodo giornaliero è ben visibile nella figura seguente, in cui ogni puntino corrisponde ad un transito.

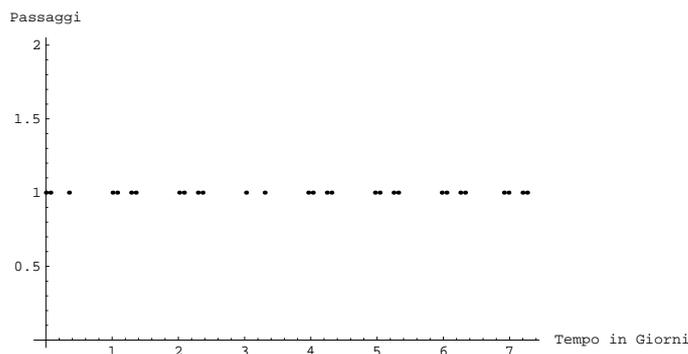


Figura 33: Distribuzione temporale dei periodi di visibilità

Andando più nel dettaglio, usando il programma, si è visto che la successione tipica prevede due passaggi ascendenti, seguiti da due orbite senza contatti e due passaggi discendenti, seguiti a loro volta da nove orbite senza periodi di visibilità, per un totale proprio di quindici rivoluzioni. Nella figura quindi i puntini ravvicinati rappresentano le coppie di passaggi, con un'intervallo più breve a rappresentare il gap nell'andare da quelle ascendenti a quelle discendenti.

Vi sono però delle irregolarità in quanto a volte al posto della coppia di passaggi se ne ha uno singolo più lungo, corrispondente a un transito centrale, quasi sopra la stazione a terra. Inoltre non sempre il gap più lungo è di nove orbite e talvolta è pari a otto rivoluzioni del satellite.

Per calcolare infine il tempo effettivamente a disposizione per le telecomunicazioni conviene adottare un approccio statistico, calcolando il numero medio giornaliero di passaggi e la durata media del singolo contatto, prevedendo che la memoria sia leggermente sovradimensionata in modo da gestire le diverse durate dei collegamenti sul breve periodo.

Si trova che in media vi sono 3.74247 passaggi al giorno, con una durata media di 282.602 secondi e una massima di 365.716 secondi. Va detto che quest'ultimo dato è leggermente maggiore di quello ottenuto con le formule, in quanto allora si era trascurata la rotazione terrestre, che invece dà un contributo non trascurabile alla lunghezza massima prevista.

Inoltre, il valore medio ottenuto è abbastanza vicino al valore massimo e questo è dovuto al fatto che la distribuzione delle durate per un anno, rappresentata nei grafici in questa pagina, prevede come valori più frequenti proprio quelli più elevati.

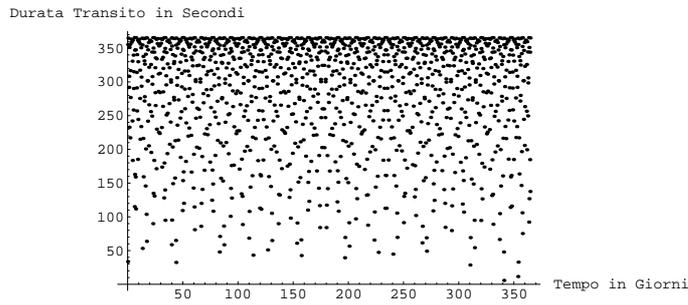


Figura 34: Durata dei periodi di visibilità per un anno

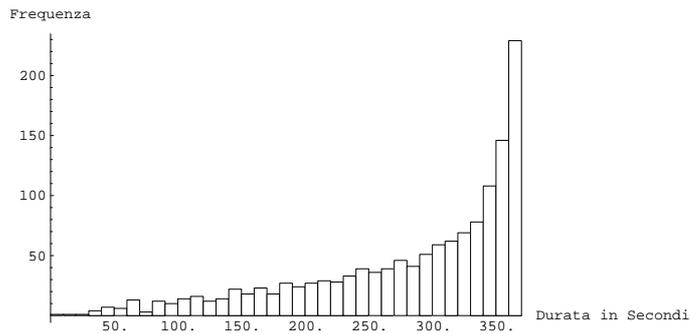


Figura 35: Distribuzione statistica dei tempi di visibilità

Resta da valutare la lunghezza dei periodi che intercorrono fra un passaggio e l'altro, con un occhio di riguardo per la durata massima. La figura seguente mostra la durata dei gap per la stessa settimana di cui erano stati valutati i passaggi. Un confronto mostra che i gap di minore durata corrispondono alla separazione fra i due passaggi ravvicinati di una coppia. I valori intermedi rappresentano gli intervalli dai passaggi crescenti a quelli decrescenti e quelli maggiori al contrario, gli intervalli dai passaggi crescenti a quelli decrescenti.

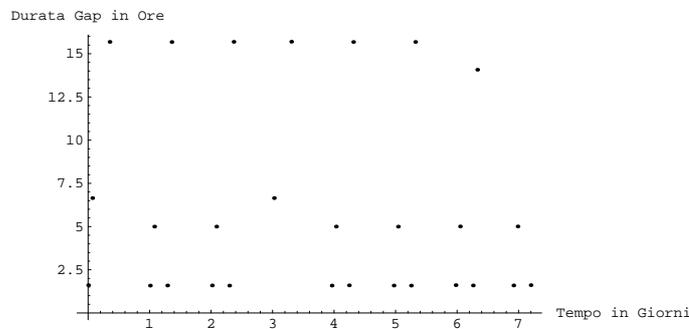


Figura 36: Durata dei gap per una settimana

I valori numerici da usare verranno forniti ancora una volta da un approccio statistico, applicato ai dati corrispondenti a un periodo di un anno. Si trova un numero medio di 3.73973 gap al giorno, con un minimo di 1.58309 ore e uno massimo di 15.699 ore, per un periodo medio di 6.33333 ore fra due periodi di visibilità per il nostro satellite.

I dati riferiti a un periodo di un anno per le lunghezze dei gap vengono illustrati nelle figure alla pagina seguente, da cui si può vedere come siano più frequenti i gap corrispondenti alla tipica successione di due coppie di passaggi ascendenti e discendenti separate da periodi corrispondenti a due e nove orbite senza periodi di visibilità. Gli intervalli meno frequenti corrispondono a verificarsi di passaggi singoli o a gap di otto orbite invece che di nove.

In ogni caso è da notare il fatto che una volta stabiliti gli elementi orbitali di un satellite e la posizione della stazione a terra, l'andamento dei gap sul lungo periodo è molto regolare e presenta pochi valori possibili.

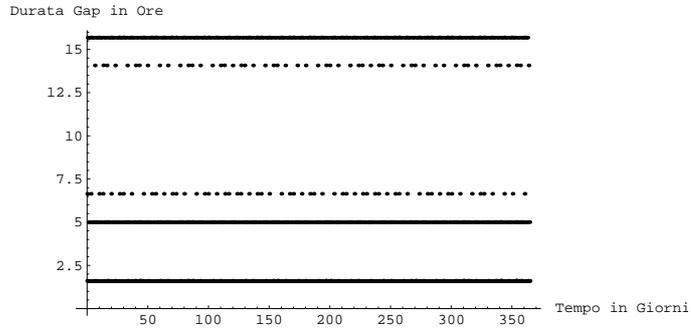


Figura 37: Durata dei gap per un anno

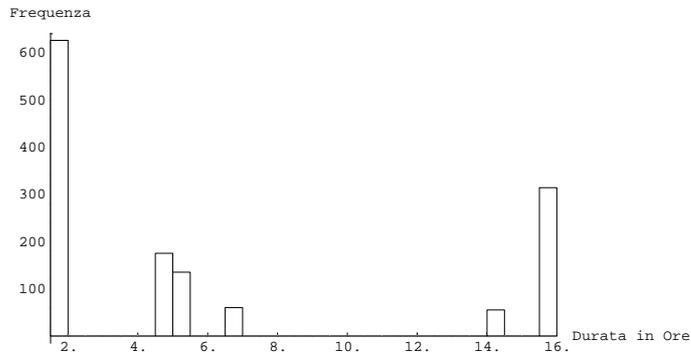


Figura 38: Distribuzione statistica delle durate dei gap

Riassumendo, i valori ottenuti per i periodi di visibilità previsti fra il satellite Atmocube e la stazione di Basovizza che verranno usati nell'analisi preliminare dei vari sistemi sono:

- Spostamento del nodo durante un'orbita=24.172 gradi
- Numero di orbite al giorno=14.852
- Numero medio di passaggi e al giorno=3.74247
- Durata media di un passaggio=282.602 secondi
- Durata massima di un passaggio=365.716 secondi
- Durata media di un gap=6.33333 ore
- Durata massima di un gap=15.699 ore

Nel caso in cui il tempo a disposizione per ricevere i dati prodotti dalla strumentazione scientifica di AtmoCube venisse giudicato insufficiente, sarebbe necessario analizzare la possibilità di usare contemporaneamente più stazioni a terra. Questo è reso possibile dal fatto che nell'ambito del progetto internazionale CubeSat sono disponibili diverse stazioni, fra cui quelle più adatte allo scopo sembrano essere quella di Stanford e quella di Tokio, in quanto eliminerebbero i gap di lunghezza maggiore, garantendo un collegamento a terra durante la gran parte delle rivoluzioni.